

ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, BAND 20, HEFT 4, JULI 1934

Akustische Modellversuche¹⁾

Von F. Spandöck

(Mit 13 Figuren)

I. Allgemeines über akustische Modellversuche

Der Vorteil von Modellversuchen gegenüber denen in großen Räumen liegt vor allem in der leichten Herstellbarkeit der Modelle, sowie in der schnellen Anbringungsmöglichkeit von Änderungen zur Untersuchung ihres Einflusses. Gegenüber Untersuchungsmethoden in großen Räumen, wie etwa denen, die auf der Verfolgung eines „Schallstrahles“ oder der Sabinischen Nachhallformel und damit auf mehr oder weniger unsicheren Annahmen beruhen, besitzen die hier beschriebenen Modellversuche²⁾ den Vorteil, den tatsächlichen Zustand der Hauptausführung mit allen Interferenz-, Beugungs- und Reflexionserscheinungen in den Grenzen der Modellgenauigkeit getreu wiederzugeben.

Durch Modellversuche kann die Akustik projektierter Räume im voraus bestimmt werden; sie eignen sich auch besonders für allgemein systematische Untersuchungen, z. B. über den Einfluß verschiedener Bauformen.

II. Die Modellregel³⁾

In einem kleinen Modell soll ein Schallfeld erzeugt werden, das dem in einem großen Raum (Hauptausführung) räumlich und zeitlich ähnlich ist. Dazu müssen drei Bedingungen erfüllt werden:

Erstens muß geometrische Ähnlichkeit zwischen Hauptausführung und Modell bestehen. Ist das Modell in seinen

1) Zweiter Teil einer gekürzten Doktordissertation der Technischen Hochschule München, eingereicht am 15. Februar 1933.

2) Über sogenannte raumakustische Modellversuche auf andre Arten vgl. Handb. d. Experimentalphysik von W. Wien u. F. Harms Bd. 17, II, 1, S. 501 ff.

3) Vgl. z. B. M. Weber, Das allgemeine Ähnlichkeitsprinzip in der Physik und sein Zusammenhang mit der Dimensionslehre und Modellwissenschaft. Jahrb. d. Schiffbautechn. Ges. 31. S. 274 ff. 1930 und Lord Rayleigh, Theorie des Schalles II. Deutsch v. F. Neesen, Braunschweig 1880. § 348. S. 373 ff.

Begrenzungswänden, seinen Einrichtungsgegenständen, in den Abmessungen der Schallquelle und des Empfängers der Hauptausführung geometrisch ähnlich, so erfolgt in ihm bei entsprechenden Frequenzen die Ausbreitung des Schalles, seine Beugung und Reflexion und sein Empfang ähnlich wie in der Hauptausführung. Die Wahl des Längenmaßstabes wird durch praktische Gesichtspunkte bestimmt.

Zweitens muß die Untersuchungsfrequenz für das Modell so geändert werden, daß entsprechende Wellenlängen in Hauptausführung und Modell im Verhältnis des Längenmaßstabes stehen¹⁾. Auch die Schall-Laufzeiten entsprechender Wege in Modell und Hauptausführung stehen zueinander in diesem Verhältnis, das daher gleich dem Zeitmaßstab ist.

Drittens muß die Absorption des Schalles im Gas und an den Wänden in Hauptausführung und Modell bei entsprechenden Frequenzen in gleicher Weise erfolgen. Die Absorption im Gas muß auf entsprechenden Schallaufwegen in Hauptausführung und Modell gleich sein, d. h. sie muß im Verhältnis des Längenmaßstabes bei der Modellfrequenz größer als bei der Hauptausführungsfrequenz sein. Die Schallabsorption an den Wänden muß dagegen in Hauptausführung und Modell bei entsprechenden Frequenzen dieselbe sein, d. h. die Wände des Modells müssen das gleiche Reflexionsvermögen wie die der Hauptausführung bei entsprechenden Frequenzen besitzen. Die Schallabsorption in Gasen sowie an den gebräuchlichen Wandmaterialien ist bekanntlich frequenzabhängig. Erstere ist unter anderem durch die mit dem Druck veränderliche Viskosität, die Temperatur und die Feuchtigkeit²⁾, letztere vor allem durch die Poro-

1) Gibt man dem Modell eine Gasfüllung, die eine kleinere Schallgeschwindigkeit als Luft hat, so sind auch die Wellenlängen in ihr kürzer und man braucht die Modellfrequenz nur im Verhältnis des Längenmaßstabes multipliziert mit dem Quotienten aus Modellgasschallgeschwindigkeit zur Luftschallgeschwindigkeit zu erhöhen. Würde man das Modell z. B. mit Chloroformdampf (Schallgeschwindigkeit 163 m/sec) füllen, so brauchte man die Frequenz nur um das 2,4fache zu erhöhen, während man sie bei Luftfüllung vervielfachen müßte, wenn die Modellabmessungen sich zu denen der Hauptausführungen wie 1 : 5 verhalten sollen.

2) Den Einfluß der Gasabsorption auf die Raumakustik hat V. O. Knudsen, *Journ. of the ac. Soc. of Am.* 5. S. 112ff. 1933, untersucht; er stellt fest, daß bei Luft die Absorption — entgegen der klassischen Theorie (vgl. z. B. *Handb. d. Phys.* von H. Geiger u. K. Scheel VIII, S. 648ff.) — ungefähr proportional der Frequenz wächst, was für die Modellfrequenzen gerade die richtige Absorption ergeben würde.

sität¹⁾ und die Mitschwingfähigkeit²⁾ bedingt. Für die Untersuchung einzelner geplanter Räume durch besondere Modelle wird man es daher durch eventuelle Änderung des Gaszustandes und des Wandmaterials anstreben, die Absorption im Modell der in der Hauptausführung möglichst³⁾ anzugleichen, wobei die Absorption in der Luft für nicht zu hohe Frequenzen wenigstens gegenüber nicht allzu kleiner Wandabsorption keine bedeutende Rolle spielt.

Aber auch dann, wenn wie bei den folgenden Untersuchungen diese Bedingungen nicht erfüllt sind, wird man aus den Modellversuchen immer noch qualitative Schlüsse, z. B. über den Einfluß der Form eines Saales, ziehen können.

III. Ausführung

1. Wahl des Modellmaßstabes und Aufbau der Modelle

Im Modell wurde Luft von atmosphärischem Druck und Zimmertemperatur gelassen.

Begnügt man sich mit einer Untersuchung bei einer mittleren auf die Hauptausführung bezogenen Frequenz von etwa 800, so kann man ohne Schwierigkeiten das Modell 10mal so klein wie die Hauptausführung bauen, was selbst für die größten Räume vollauf genügen dürfte. Will man dagegen die Modellversuche über das ganze in Betracht kommende Gebiet der Sprach- und Musikfrequenzen von etwa 30 bis 4000 erstrecken, so würde es mit den zur Verfügung stehenden elektroakustischen und oszillographischen Geräten kaum möglich sein, das Modell auf mehr als ein Drittel zu verkleinern: schon dieser Modellmaßstab würde Frequenzen bis zu 12 000 bei den Modellversuchen verlangen. Es ist deshalb auch ratsam, die Modelle nicht zu klein zu machen⁴⁾, da Änderungen sehr unbequem werden, wenn man nicht in das Modell hineingehen kann; hinzu kommt noch, daß die

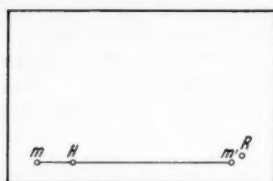
1) V. Kühl u. E. Meyer, Untersuchung über Winkel- und Frequenzabhängigkeit der Schallschluckung von porösen Stoffen. Berl. Ber. 1932. S. 416—435.

2) W. Wien u. F. Harms, Handb. d. Experimentalphysik Bd. 17, II, 1, S. 486.

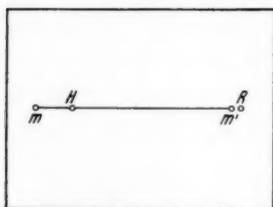
3) M. I. O. Strutt, E. N. T. 9. S. 212 u. 211 hat die Hörsamkeitsänderung in Abhängigkeit vom Reflexionsvermögen der Wände berechnet. Der Umstand, daß die Gehörempfindung dem Logarithmus der Intensität proportional ist, bedingt eine geringere notwendige Genauigkeit der Wandschluckgrade, vgl. Handb. d. Experimentalphysik Bd. 17, II, 1, Kap. VI, § 17, S. 475.

4) Ulrich Khuner, Wiener Anzeiger 69. S. 212—214. 1932 hat sehr kleine Modelle von 0,14 m³ bei 8500 Hz mit Hilfe einer Brückenmethode auf die Wandabsorption untersucht.

Modell I.



Aufriß

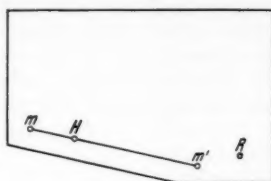


Grundriß

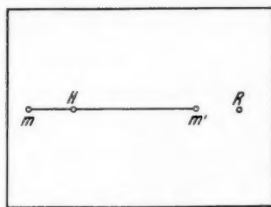
1m

Fig. 1

Modell II.



Aufriß

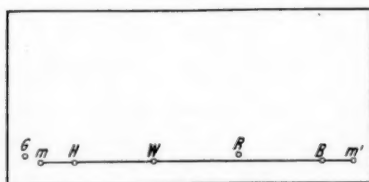


Grundriß

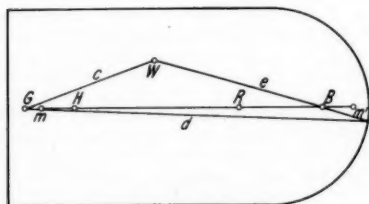
1m

Fig. 2

Modell III.



Aufriß



Grundriß

1m

Fig. 3

Herstellungskosten von einer gewissen Größe abwärts sich mit einer weiteren Verkleinerung der Modelle kaum mehr ändern.

Als Maßstab der linearen Verkürzung von Modell zu Hauptausführung wurde daher 1:5 gewählt. Als Untersuchungsfrequenzen wurden 2500 und 4000 gewählt, sie entsprechen in der Hauptausführung 500 bzw. 800.

Das Modell I (Fig. 1) war ein parallelepipedischer Raum von 4 m Länge, 3 m Breite und 2,6 m Höhe und entsprach einer Hauptausführung von $20 \times 15 \times 13$ m. Durch das Modell II (Fig. 2) sollte der Einfluß einer schiefen Ebene auf die Akustik untersucht werden, durch das Modell III (Fig. 3) schließlich der Einfluß einer Rotunde.

Als Material für die Wände der Modelle dienten 3 cm starke Gipsdielen, die mit Nut und Feder zusammengefügt und durch Holzleisten gehalten wurden. Decke und Boden, sowie eine Gegenwand wurden von den Umgrenzungsflächen des Kistenkellers des Instituts gebildet, die aus Eisenbeton bzw. Zement bestanden.

2. Die Versuchsanordnungen

Erste Untersuchungsmethode

Während man die Akustik eines großen Raumes direkt mit dem Ohr beurteilt, kann man aus dem, was man in einem Modell hört, noch nicht auf die Akustik seiner Hauptausführung schließen. Es besteht aber eine Möglichkeit, sich einen Gehöreindruck von der Akustik der Hauptausführung zu verschaffen: Man kann die Sprache oder Musik einer Grammophonplatte, die in unserem Falle mit der 5fachen Normalgeschwindigkeit abläuft und dann in der Tonlage etwas über 2 Oktaven höher klingt, am Platz des Redners oder Musikers im Modellraum ertönen lassen und den Schall an einem Platz des Hörers auf einer zweiten Platte durch einen Phonographen wieder aufnehmen¹⁾. Läßt man dann diese Phonographenplatte zur Reproduktion des Schalles auf einem Grammophon 5mal so langsam ablaufen, so hört man wieder die Musik oder Sprache in normaler Tonlage und gewöhnlichem Tempo²⁾, aber mit dem Raumeffekt und zwar dem-

1) Statt der Schallaufzeichnung durch einen Phonographen könnte man auch andere Methoden, wie sie z. B. beim Tonfilm Verwendung finden, benutzen. Vgl. darüber z. B. F. Trendelenburg, *Ztschr. f. Hochfrequenztechnik u. Elektroakustik* 38. S. 189ff. 1931.

2) Damit man den Schall auch in der richtigen Lautstärke hört, ist bei dem Verfahren die Einstellung der elektrischen Verstärkung so zu wählen, daß der Gehöreindruck dem an dem homologen Platz der

jenigen, wie man ihn in der Hauptausführung zu erwarten hat¹⁾).

Versuche dieser Art habe ich angestellt: Der Lautsprecher wurde direkt vom Sender mit der Modellfrequenz 2500 betrieben und sandte Tongruppen (periodisch unterbrochenen Lautsprecherschall) aus. Dieser Schall wurde dann in der unten beschriebenen Weise auf einer zylindrischen Wachswalze eines zur Verfügung stehenden Apparates der Telephon-A.-G. Berlin mit der normalen Tourenzahl von 72 Umdrehungen pro Minute in Edisonschrift aufgezeichnet.

Zunächst wurden diese Tongruppen in einem gut gedämpften Raume gesandt und mittels eines Mikrophons nebst Verstärker auf die Wachswalze geschrieben, welche bei der Aufnahme mit einer Tourenzahl von 300 pro Minute rotierte. Wurde diese Aufzeichnung bei einer Umdrehungszahl der Wachswalze von einem Fünftel der Aufnahmeumdrehungszahl, also bei 60 Umdrehungen in der Minute wiedergegeben, so hörte man die Tongruppen und Pausen 5mal so lang und in der tieferen Hauptausführungsfrequenz 500. Infolge der starken Raumdämpfung waren die Tongruppen scharf abgesetzt.

Alsdann wurden ebenso im Modell III (Fig. 3) Tongruppen gesandt und durch ein Mikrophon nebst Verstärker auf die mit 300 Umdrehungen pro Minute rotierende Wachswalze aufgezeichnet. Der Lautsprecher stand stets in *G* (Fig. 3), das Mikrophon in *B* und *H*. Hörte man die Tongruppen wieder bei der verminderten Wachswalzengeschwindigkeit von 60 Umdrehungen in der Minute ab, so war jetzt ein durch die schwache Dämpfung des Modelles III bedingter starker Raumeinfluß mit dem Ohre deutlich festzustellen. Im Falle der in *B* aufgenommenen Tongruppen hörte man die direkte Tongruppe nur verschwommen zusammen mit einem dauernden Hall. Bei Stellung des Mikrophons in *H* konnte man entsprechend der kurzen Entfernung vom Lautsprecher die direkte Tongruppe etwas deutlicher abgesetzt hören; jedoch war auch hier noch in den Pausen ein Nachhallen deutlich vernehmbar.

Die Versuche, insbesondere diejenigen mit Sprache, die ich ebenfalls anstellte, waren infolge der mangelhaften Apparatur

Hauptausführung herrschenden Schallintensität entspricht; erst dann treten bei der Wiedergabe auch keine Klangfarbenfälschungen auf; vgl. Hdbch. d. Experimentalphysik XVII 2, 1. S. 256 u. W. Janowsky, Ztschr. f. techn. Phys. 12. S. 611. 1931.

1) Die Möglichkeit einer Beurteilung der Akustik gewöhnlicher Räume mit Hilfe von Schallplatten ist bekannt: Vgl. z. B. J. Zenneck, „Wiss. Vortr.“ geh. a. d. Hochschultag 1931. S. 40 u. 41. Selbstverlag d. Bundes d. Freunde der T. H. München 1932.

viel zu unvollständig, um zu zeigen, was man auf diese Weise erreichen kann; aber sie stellten außer Zweifel, daß dieser Weg durchaus gangbar ist. Vor allem dürfte sich diese Methode dazu eignen, die tatsächliche Sprachverständlichkeit und Hörbarkeit eines projektierten Raumes, über die letzten Endes doch nur das Ohr entscheidet, zu prüfen und bereits vor seiner Ausführung einen unmittelbaren Eindruck der auf den verschiedenen Plätzen zu erwartenden Akustik zu vermitteln¹⁾.

Zweite Untersuchungsmethode

Um durch Analysierung des Schallverlaufes einen Aufschluß über das raumakustische Verhalten zu bekommen, wandte ich die in großen Räumen bekannte elektroakustisch-ozillographische Methode an. Die Apparatur war im Prinzip die gleiche wie sie bei den früheren Arbeiten in großen Räumen benutzt wurde²⁾. Als Lautsprecher diente ein elektrodynamischer vom Membranenradius 22 cm; er würde in der Hauptausführung einer Schallquelle von 5facher Ausdehnung entsprechen haben, was etwa in der Größe eines Blatthallers oder eines größeren Musikinstrumentes liegen würde. Bei den Durchzügen, bei denen das Empfangsmikrophon auf einer Linie mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt wird, wurde das Kondensatormikrophon durch ein Reißmikrophon ersetzt, welches sich mit einer Zuggeschwindigkeit von 2 m/min bewegte.

Da die Zeiten laut Modellregel auf ein Fünftel verkürzt werden müssen, ist auf den im Modell gemachten Diagrammen, wenn man sie auf die Hauptausführung bezieht, eine Periode der Zeitmarkenstimmgabel von 50 Hz statt $\frac{1}{50}$ als $\frac{1}{10}$ Sek. zu rechnen.

Vergleich des Modelles I mit einem Raum normaler Größe

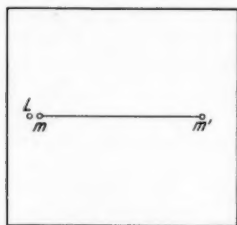
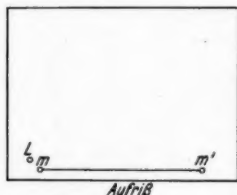
Um einen Vergleich des Modelles I mit einem großen Raum zu haben, wurde ein vollständig leerer Raum von der Gestalt eines Parallelepipedes (Fig. 4) im neuen landwirtschaftlichen Maschinenlaboratium der Technischen Hochschule

1) Den Einfluß des stereoakustischen Hörens (vgl. W. Kuntze, Ann. d. Phys. [5] 4. S. 1079. 1930) könnte man dadurch berücksichtigen, daß zwei in einem entsprechend verkleinerten Modellkopf eingebaute Mikrophone auf zwei Wachswalzen schreiben, die je mit einem Ohr abgehört werden.

2) Vgl. z. B. die Arbeiten von E. Scharstein, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 163ff. 1929 u. W. Schindelin, Ann. d. Phys. [5] 2. S. 129ff. 1929; W. Kuntze, Ann. d. Phys. [5] 4. S. 1058ff. 1930 u. W. Linck, Ann. d. Phys. [5] 4. S. 1017ff. 1930, sowie C. L. Barrow, Ann. d. Phys. [5] 11. S. 147ff. 1931 und W. Crone, H. Seiberth u. J. Zenneck, Ann. d. Phys. [5] 19. S. 299—304. 1934.

akustisch vermessen. Er war von verputzten Betonwänden und Decke, sowie einem Zementboden und Glasfenstern begrenzt. Der Raum hatte einen Nachhall von 6 Sek. Diese Nachhallzeit ist fast dieselbe wie die der Hauptausführung des Modelles I (vgl. S. 355). Daher weisen die entsprechenden Durchzugsdiagramme Nr. 5 im großen Raum und Nr. 6 in

Raum im Landmaschineninstitut der T.H.



Grundriß
1m

Fig. 4

Modell I — beide längs der Strecke $m m'$ in Figg. 3 und 4 — eine große prinzipielle Ähnlichkeit auf. Eine völlige Übereinstimmung ist nach den vorhandenen Umständen bei reinen Tönen nicht zu erwarten¹⁾. Immerhin zeigt Diagramm Fig. 6 im Modell, bei dem eine Wegmarke gleich 5 cm Zugweg bedeutet, bei der Frequenz 2500 denselben durchschnittlichen Abstand von Knoten und Bäuchen wie das Diagramm Fig. 5 des großen Raumes, auf dem bei der Frequenz 500 eine Wegmarke 25 cm darstellt. Auch zeigt sich, obwohl das Mikrophon vom Lautsprecher fortgezogen wird, in beiden Fällen wegen der geringen Dämpfung der Räume keine wesentliche Abnahme der Amplitude.

„Schußaufnahmen“

Um den störenden Einfluß einer Person im Modell zu vermeiden, wurden die Schüsse elektrisch ausgelöst; es ist schwierig die Knallzeit des Schusses so kurz zu machen, daß bei den kleinen Schall-Laufwegen im Modell alle Reflexionen als voneinander getrennte Zeichen empfangen wurden. Nur die ersten Reflexionen ließen sich gut feststellen; die folgenden ergaben ein durch Interferenz der einzelnen Über- und Unterdrucke sehr verwickeltes Knallbild, das nur langsam abklang. Bei derartig schwach gedämpften Räumen, in denen man die vielen späteren Reflexionen nicht vernachlässigen darf, ist eine Schußaufnahme wenig aufschlußreich.

¹⁾ Vgl. L. Cremer, E. N. T. 10. S. 309. 1933 u. C. L. Barrow, Journ. of ac. Soc. of Am. III. S. 562. 1932.

„Nachhallmessungen“

Es wurde der Nachhall in den ungedämpften Modellen I, II, III, sowie ferner im gedämpften Modell III oszillographiert. Die Dämpfung des Modells III geschah auf zweifache Weise; das eine Mal war nur der Boden gedämpft, das andere Mal waren alle Wände mit Ausnahme der Rotunde durch Belegen mit mehreren Lagen Moltonstoff gedämpft.

Qualitative Betrachtungen

Es ergab sich ein deutlicher Unterschied zwischen den einzelnen Messungen. In den ungedämpften Modellen I, II und III und auch in dem nur am Boden gedämpften Modell III zeigte der Nachhall bei Verwendung von Heultönen¹⁾ einen noch fast exponentiellen Abfall, wie er z. B. in Fig. 7 sichtbar ist. In dem mit Ausnahme der Rotunde ganz gedämpften Modell III nahm dagegen der Verlauf des Nachhalls eine völlig andere Gestalt an. Dies zeigt z. B. Fig. 8. Die Form dieses Nachhalls ist durch die Bauform und den Dämpfungszustand des Modells III bedingt und läßt sich daraus begründen: Der Lautsprecher stand im Punkte G , das Mikrophon in W (Fig. 3). Man sieht zunächst das Fortfallen des direkten Schalles nach einer Schall-Laufzeit c , die in Fig. 3 der Entfernung GW entspricht. Sodann wirkt der im Brennpunkt B noch vereinigte Schall

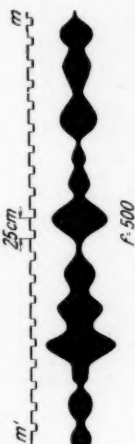


Fig. 5. Durchzug im Raum des Landmaschineninstitutes



Fig. 6. Durchzug im Modell I

1) Die Heultöne hatten eine Mittelfrequenz f_0 , welche periodisch um $\pm \Delta f$ mit einer Heulfrequenz α erhöht bzw. erniedrigt wurde, vgl. C. L. Barrow, Ann. d. Phys. [5] 11. S. 150. 1931.

wie eine zweite Schallquelle weiter, bis die Zeit $d + e$ verstrichen ist, welche in Fig. 3 dem Reflexionsweg entspricht, den der Schall von G über die Rotunde nach W zurücklegt. Während dieser Zeit ist der Nachhall von fast konstanter Größe; erst dann fällt er allmählich auf kleinere Werte ab.



Fig. 7. Nachhall im ungedämpften Rotundenmodell III, Lautsprecher in R , Mikrophon in H ; $f_0 = 2500$, $\Delta f = 1500$, $\alpha = 25$

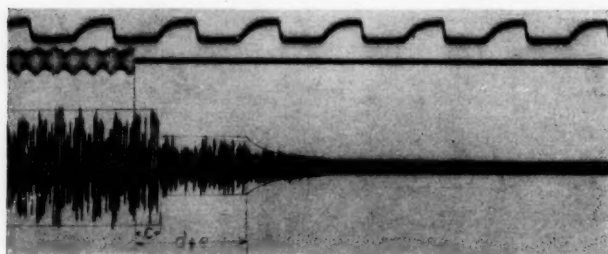


Fig. 8. Nachhall im gedämpften Rotundenmodell III, Lautsprecher in G , Mikrophon in W ; $f_0 = 2200$, $\Delta f = 1000$, $\alpha = 200$

Nach der der Sabineschen Nachhallformel zugrundeliegenden Theorie¹⁾ ist ein exponentieller Abfall des Nachhalls vorausgesetzt. Dies wurde bei den Messungen in den ungedämpften Modellen I, II und III, sowie in dem boden- und gedämpften Modell III bestätigt gefunden. Nicht dagegen, wenn alle Wände des Modelles III außer der Rotunde gedämpft

1) G. Jäger, Sitzg.-Ber. d. Wien. Akad. d. Wiss. Math. Naturwiss. Kl. 120. Abt. 2a. S. 631 ff. 1911.

waren; der letztere Fall stellt daher einen sogenannten nicht Sabineschen Raum¹⁾ dar.

Quantitative Auswertungen

Daß das mit Ausnahme der Rotunde gedämpfte Modell III nicht die Eigenschaften eines Sabineschen Raumes besitzt, zeigt auch die Tatsache, daß in ihm die Nachhalldauer stark von dem Platz im Raum abhängig ist. Im Brennpunkt der Rotunde ergab sich z. B. ein bedeutend längerer Nachhall als an den anderen Raumpunkten. In den ungedämpften Modellen I, II und III, sowie in dem nur bodengedämpften Modell III wurden hingegen die Nachhallauern an allen untersuchten Stellen des Raumes gleich groß gemessen. In Tab. 1 sind die in den Modellen gemessenen Nachhallzeiten zusammengestellt.

Tabelle 1
Nachhallzeiten t in Sekunden

Untersuchungs- frequenz	Modell		Hauptausführung	
	2500 \pm 1500 $\alpha = 25$	4000 \pm 2500 $\alpha = 25$	500 \pm 300 $\alpha = 5$	800 \pm 500 $\alpha = 5$
Parallelepiped I . .	1,18	1,10	5,9	5,5
Schiefe Ebene II . .	1,02	0,96	5,1	4,8
Rotunde III	1,32	1,15	6,6	5,57
III Boden gedämpft	0,76	—	3,8	—
III nur Rotunde } ungedämpft }	ungefähr 0,06	—	etwa 0,3	—

In der Tab. 1 sind ferner die auf die Hauptausführung umgerechneten Nachhallzeiten eingetragen. Diese beziehen sich auf Hauptausführungen, welche bei entsprechenden Frequenzen dasselbe Reflexionsvermögen wie die Modellwände (vgl. Tab. 2) besitzen müßten. Nach der Modellregel sind dann die Nachhallzeiten 5 mal so groß wie die im Modell zu rechnen. Die optimale Nachhallzeit würde für Räume in der Hauptausführungsgröße der Modelle etwa zwischen 1,2 und 1,5 Sek. liegen. Man sieht, daß die nicht künstlich gedämpften Modelle Nachhallauern aufweisen, die für die Hauptausführung eine sehr schlechte Sprachverständlichkeit bedingen und sie auch für schnellere Musikstücke ungeeignet machen, und zwar hat

1) Die einzelnen baulichen Eigenschaften eines Raumes, die in ihm eine von den Sabineschen Regeln abweichende Akustik bewirken, führen z. B. K. Schuster u. E. Waetzmann, Ann. d. Phys. [5] 1. S. 672. 1929 auf. Vgl. auch darüber Müller-Pouillet, Lehrbuch d. Physik I, 3, S. 456 und P. E. Sabine, Journ. of the Franklin Inst. 207. S. 343. 1929 sowie M. I. O. Strutt, a. a. O. und J. Zenneck, a. a. O.

das Rotundenmodell III die schlechteste Akustik, dann folgt das Parallelepiped I und schließlich das Modell II mit eingebauter schiefer Ebene. Bedeutend verbessert wird die Akustik des Modelles III, wenn der Boden gedämpft ist. Dies würde einem mit Publikum besetzten Raum entsprechen. Der letzte in Tab. 1 aufgeführte Fall hat bereits eine zu starke Dämpfung.

In der Tab. 2 ist das nach der Sabineschen Formel

$$r = 1 - \frac{V \cdot 0,163}{F t}$$

berechnete Reflexionsvermögen der Wände der drei ungedämpften Modelle aufgeführt, wenn V das Volumen, F die Oberfläche und t die Nachhallzeit des Raumes sind.

Tabelle 2
Reflexionsvermögen r der Modellwände
bei verschiedenen Heultönen

Raum	r	
	2500 ± 1500 $\alpha = 25$	4000 ± 2500 $\alpha = 25$
Modell I	0,93	0,92
Modell II	0,92	0,91
Modell III	0,93	0,92

Die drei Modelle waren aus dem gleichen Material gebaut; da sich auch nach der Sabineschen Formel eine gute Übereinstimmung des Reflexionsvermögens ergibt, kann man auch daraus wieder schließen, daß die drei ungedämpften Modelle mindestens annähernd die Sabineschen Regeln erfüllen.

„Tongruppen“

Die Dauern der Gruppen und Pausen wurden gegenüber denen, wie sie bisher in ausgeführten großen Räumen verwendet wurden, entsprechend dem Zeitmaßstab auf ein Fünftel der Zeit verkürzt, so daß ein direkter Vergleich dieser Aufnahmen mit solchen aus früheren Arbeiten¹⁾ möglich ist.

Von den Aufnahmen mögen drei als Beispiele angeführt werden. Alle drei sind mit der Frequenz 4000 gemacht und zwar befand sich bei allen der Lautsprecher in R , das Mikrophon in H (Figg. 1, 2, 3). Von den drei Abbildungen bezieht sich Fig. 9 auf Modell I, Fig. 10 auf Modell II und Fig. 11 auf Modell III ohne Dämpfung. Die Abbildungen zeigen durch

1) Vgl. z. B. W. Linck, *Ann. d. Phys.* [5] 1. S. 1020. 1929 (Figg. 7 und 10 auf S. 1031).

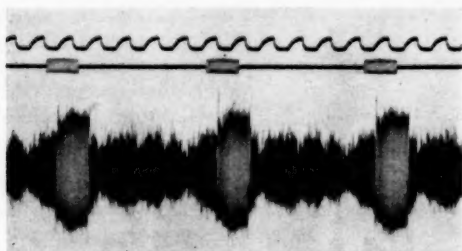


Fig. 9. Tongruppen in Modell I, Lautsprecher in R ,
Mikrophon in H ; $f = 4000$

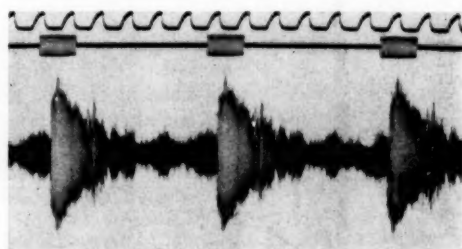


Fig. 10. Tongruppen in Modell II, Lautsprecher in R ,
Mikrophon in H ; $f = 4000$

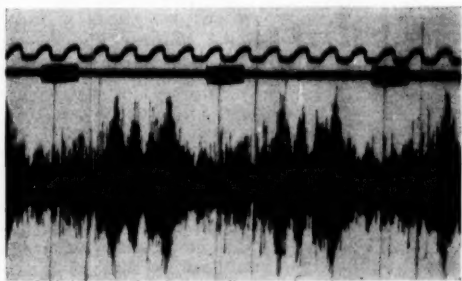


Fig. 11. Tongruppen in Modell III, Lautsprecher in R ,
Mikrophon in H ; $f = 4000$

Fig. 12. Durchzug im ungedämpften Rotundenmodell III, Lautsprecher in G; $f = 4000$ Fig. 13. Durchzug im gedämpften Rotundenmodell III, Lautsprecher in G; $f = 4000$

das markiertere Hervortreten der direkten Tongruppe gegenüber dem Schall in den Pausen die Überlegenheit des Modells II über I noch viel mehr über III.

„Durchzugaufnahmen“

Es wurde das Mikrophon in allen Modellen in einer Höhe von 30 cm, die in der Hauptausführung etwa der Höhe der Ohren eines Hörers über dem Fußboden entsprach, fast über die ganze Länge des Raumes von m bis m' (Figg. 1, 2, 3) hingezogen. Von 5 zu 5 cm markierte eine zweite Oszillographenschleife den Zugweg.

In allen ungedämpften Modellen herrschte den Sabine'schen Regeln entsprechend längs des Zugwegs fast die gleiche Schallintensität im ganzen Raum¹⁾. Auch im Rotundenbrennpunkt des Modells III ist wegen der starken Reflexion aller Wände keine besondere Schallverstärkung festzustellen (vgl. Fig. 12), wenn das Modell nicht künstlich gedämpft ist.

Wurde dagegen das Modell bis auf die Rotunde völlig gedämpft, so zeigte sich eine sehr starke, fast wie im Freien hyperbolische Abnahme der Schallamplitude mit der Entfer-

1) Von den stets bei Dauerschall einer festen Frequenz durch Interferenzen entstehenden Schwankungen sei hier abgesehen, sofern sie an den einzelnen Raumpunkten eine Verteilung annehmen, die nur für diese eine Frequenz charakteristisch ist.

nung vom Lautsprecher (Fig. 13). Der Brennpunkt *B* der Rotunde tritt jetzt stark hervor. Diese Abnahme des Schalldruckes mit der Entfernung von der Schallquelle ist ein gewisses Maß für die Dämpfung eines Raumes ¹⁾.

IV. Ergebnisse

Die Modelluntersuchungen haben insbesondere durch die Tongruppen und Nachhallmessungen gezeigt, daß ein schwach gedämpfter parallelepipedischer Raum durch Anbau einer Rotunde in seiner Akustik verschlechtert wird, durch Einziehen einer schiefen Ebene dagegen verbessert werden kann. Diese Ergebnisse stehen auch in Übereinstimmung mit den Erfahrungen, die man an großen Räumen gemacht hat ²⁾.

Das ungedämpfte Modell III läßt jedoch bei stationärer Betönnung noch fast keine Wirkung der Rotunde erkennen. Das Modell III in gedämpftem Zustand zeigt auch keinen starken Raumeinfluß, wenn man von der Gegend um den Brennpunkt absieht, die durch die ungedämpfte Rotunde beeinflusst wird. Angesichts dieser Tatsache liegt die Frage nahe, bei welchem Reflexionsvermögen der Wände die Bauform überhaupt praktisch eine Rolle für die Akustik spielt?

Ist das Reflexionsvermögen der Wände sehr groß, so ist wegen der zu geringen Allgemeindämpfung eben jeder größere Raum akustisch schlecht und eine Untersuchung des Einflusses der Bauform beinahe unnötig. Ist das Reflexionsvermögen der Wände klein, so ist zwar keine akustische Störung zu befürchten, jedoch können in weiterer Entfernung von der Schallquelle die Intensitäten nicht mehr zur Verständigung ausreichen; die Bauform wird auch hier wegen der schwachen Reflexionen keine größere Bedeutung für die Akustik haben. Besitzen jedoch die Wände ein mittleres Reflexionsvermögen, wie es zwar nach der Nachhallformel von Sabine, die im

1) Der Abstand x von der Schallquelle, von dem ab der Schalldruck konstant bleiben soll, ist nach W. Willms (Veröffentlichung erscheint demnächst in ETZ.) $x = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{a F}{\pi}}$; dies gilt jedoch nur annäherungsweise für Sabinesche Räume.

2) Die akustisch günstige Wirkung einer schiefen Ebene in einem parallelepipedischen Raum zeigt W. Linck, Ann. d. Phys. [5] 4. S. 1025 u. 1029. 1930; vgl. auch G. Lubezynski u. H. Weigt, Ztschr. f. Hochfrequenztechnik u. Elektroakustik 42. S. 130. 1933. Die von W. Crone (Diplomarbeit unveröffentlicht) untersuchte Aula der Universität München war ein schwach gedämpfter Rotundenraum und hatte eine schlechte Akustik.

ganzen Raum eine gleichmäßige Schallverteilung voraussetzt, eine gute Akustik ergeben sollte, so können durch Schallkonzentrationen erhebliche Störungen verursacht werden. Bei einem solchen Reflexionsvermögen kann also die Bauform von ausschlaggebendem Einfluß auf die Akustik sein. Eine Nachhallzeit in dem von Sabine festgestellten günstigsten Gebiet ist eine notwendige, aber längst nicht hinreichende Bedingung für eine gute Akustik.

Zusammenfassung

Es wird versucht, raumakustische Fragen durch Modelluntersuchungen zu lösen. Zunächst wird eine Modellregel aufgestellt, dann wird über eine Methode berichtet, die es ermöglicht, durch Schallanzeichnung sich einen Eindruck von der Akustik der Hauptausführung zu verschaffen. Von den drei im Maßstab 1:5 gebauten Modellen wird eines mit einem Raum normaler Größe verglichen. Der Vergleich der verschiedenen Bauformen ergibt in Übereinstimmung mit früheren an großen Räumen angestellten Messungen, daß bei großem Reflexionsvermögen der Wände ein parallelepipedischer Raum keine gute Akustik besitzt, daß dagegen eine schiefe Begrenzungsfläche für die Akustik günstig wirkt, daß sie dagegen durch Anbau einer Rotunde noch verschlechtert wird. Schließlich wird gezeigt, daß der Bauform gerade dann die praktisch größte Bedeutung für die Akustik zukommt, wenn die Gesamtraumdämpfung in dem Gebiet liegt, das nach Sabine die günstigste Akustik ergibt.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 24. März 1934)

**Über die Bestimmung von h/m
durch Geschwindigkeits- und Wellenlängen-
messungen an Kathodenstrahlen¹⁾**

Von Joh. Gnan

(Mit 7 Figuren)

Übersicht: Es wird berichtet über die experimentelle Ausführung einer h/m -Bestimmung nach einer Methode, die von F. Kirchner vor einiger Zeit angegeben wurde²⁾. Zugrunde gelegt wird die de Broglieformel für Materiewellen

$$\lambda = \frac{h}{m v};$$

dabei wird λ durch Interferenzbeobachtungen erhalten; v wird nach der Wiechert-Kirchnerschen Methode mittels zweier Ablenkungskondensatoren gemessen, an die dieselbe elektrische Schwingung angelegt ist.

§ I. Methode

Schickt man einen fein ausgeblendeten Kathodenstrahl durch eine dünne Schicht einer kristallinen Substanz, deren Kristallgitter bekannt ist, so erhält man bekanntlich Interferenzerscheinungen analog den bekannten Röntgeninterferenzen. Die den Kathodenstrahlen zuzuordnende Wellenlänge λ ist dabei durch die de Brogliesche Beziehung

$$\lambda = \frac{h}{m v}$$

bestimmt, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum, m die Masse und v die Lineargeschwindigkeit des Elektrons bedeuten. Die Wellenlänge ist mit der Gitterkonstante des Kristalls verknüpft durch die Braggsche Reflexionsbedingung

$$2 d \cdot \sin \vartheta = n \lambda,$$

in der $\sin \vartheta$ durch reine Längenmessungen bestimmbar ist.

1) Gekürzte Münchner Dissertation.

2) F. Kirchner, Ann. d. Phys. [5] 11. S. 754. 1931.

Bei der experimentellen Prüfung der de Broglieschen Beziehung wurde nun bisher so verfahren, daß die aus der Bragg'schen Reflexionsbedingung ermittelte Wellenlänge mit derjenigen verglichen wurde, die sich aus der de Broglieschen Formel ergibt, wenn man die nach anderen Methoden bestimmten Zahlenwerte von h und m und die aus der gemessenen Entladungsspannung berechnete Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen einsetzt. Die Geschwindigkeit v hängt nämlich, wenn man die Abhängigkeit der Elektronenmasse von der Geschwindigkeit berücksichtigt, mit der Entladungsspannung zusammen durch die Beziehung

$$eV = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right)$$

(V bedeutet dabei die Entladungsspannung, m_0 die Ruhemasse des Elektrons, $\beta = \frac{v}{c}$).

Es müssen also zur Berechnung von v aus der Spannung V außerdem die Zahlenwerte von c und e/m_0 als bekannt angenommen werden. Die genaue Absolutbestimmung einer Entladungsspannung von 30 000—50 000 Volt bereitet einige Schwierigkeiten; am zuverlässigsten würde eine wirklich einwandfreie, absolute Spannungsmessung noch bei vollkommener Gleichspannung (Hochspannungsakkumulatorenbatterie) mit hochohmigem Widerstand und Normalelementen möglich sein.

Man kann aber nach einem Vorschlag von F. Kirchner auch auf die Messung der Entladungsspannung ganz verzichten und die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen direkt bestimmen nach einer Methode, die im Prinzip von E. Wiechert angegeben und von F. Kirchner zu einer Methode der Präzisionsmessung der Elektronengeschwindigkeit ausgebaut wurde¹⁾. Das Prinzip dieser Methode ist folgendes:

Ein durch ein Magnetfeld monochromatisierter Elektronenstrahl wird einer zweimaligen Ablenkung durch ein Kondensatorenpaar unterworfen, an das dieselbe elektrische Schwingung eines Röhrensenders von bekannter Frequenz gelegt wird. Wählt man die Frequenz des Senders so, daß die Flugzeit der Elektronen zwischen den beiden Kondensatoren genau gleich dem Vielfachen einer halben Schwingungsdauer ist, so erfährt ein Elektron, das durch den ersten Kondensator unabgelenkt hindurchgeht, auch durch den zweiten Kondensator keine Ablenkung. In

1) F. Kirchner, *Phys. Ztschr.* 25. S. 302. 1924.

jedem anderen Fall erscheint das Bild einer vor dem zweiten Kondensator angebrachten Blende auf dem Leuchtschirm zu zwei Bildern auseinandergezogen. Bei genügend scharfer Ausblendung läßt sich aber das Zusammenfallen der beiden Bilder recht genau feststellen; das letztere ist nämlich dann der Fall, wenn die Bedingung erfüllt ist:

$$v = \frac{2 \nu \cdot s}{n' \cdot c}$$

(s = Abstand der Kondensatoren, ν = Frequenz des Senders.)

Von dem Sender der ablenkenden Schwingung ist neben genügender Intensität vor allem große Konstanz zu verlangen. Die Messung der Wellenlänge geschah im vorliegenden Falle teils durch Vergleich mit anderen Sendern, die auf einen von der Physikalischen Technischen Reichsanstalt geeichten Resonanzquarz bezogen waren, teils mittels eines Wellenmessers, der ebenfalls mit Hilfe von Quarznormalen geeicht war.

Der gesuchte Quotient ist schließlich

$$\frac{h}{m_0} = \frac{2 d \sin \vartheta}{n} \cdot \frac{2 \nu s}{n' \cdot c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

β enthält dabei natürlich noch v korrektiv.

§ II. Versuchsanordnung

A. Die Entladungsröhre

Der ganze Entladungsraum bestand aus Messing; als Elektronenquelle fand eine Glühkathode Verwendung, wie sie bei den Ottischen Röntgenröhren gebraucht wird. Die Beschleunigungsspannung lieferte eine Glühventil-Gleichrichteranlage mit einigen Kondensatoren, zwischengeschalteten Selbstinduktionen und Ohmschen Widerständen. Der Sprühverlust der Anlage war ziemlich gering; gewöhnlich betrug er nicht ganz 0,1 mA. Eine kontinuierliche Regelung der Hochspannung ließ sich durch einen veränderlichen im Primärkreis des Stufentransformators eingeschalteten Widerstand erreichen. Vgl. auch Fig. 1.

In der eigentlichen Entladungsröhre hatte die Blende B 0,8 mm und die Blende C 0,3 mm Durchmesser. Beide Blenden waren 162 mm voneinander entfernt. Die Entfernung des Glühdrahtes A von der Blende B betrug 33 mm. Der Durchmesser der Blende D war bei einem Teil der Messungen etwa 1 mm, bei den letzten Messungen wurde eine Lochblende von 0,2 mm Durchmesser verwendet. Zwischen den Blenden C und D wurde

der Elektronenstrahl homogenisiert durch ein Magnetfeld H , das durch zwei möglichst gleichmäßig gewickelte Spulen von je 400 Windungen erzeugt wurde. Durchmesser und Länge der Spulen betrugen 14 cm. An die Spulen wurde unter Vorschaltung einiger Widerstände die städtische Netzspannung (110 Volt) gelegt. Die Konstanz des Magnetfeldes wurde durch

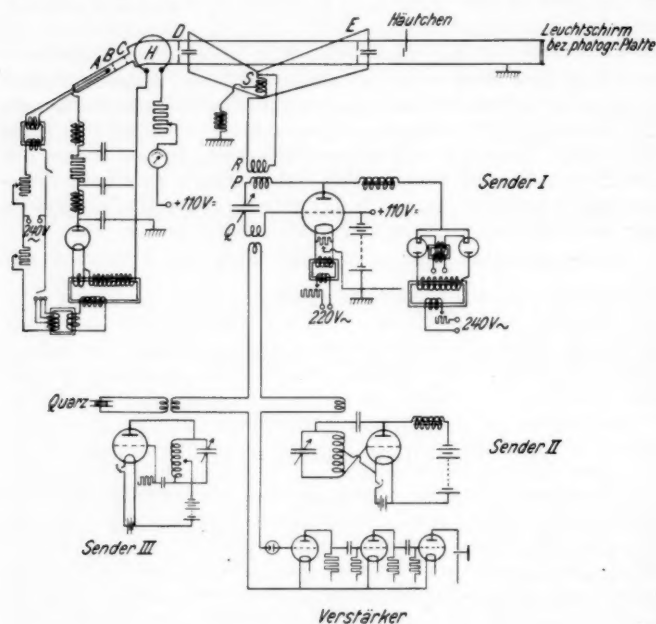


Fig. 1. Schaltschema der Versuchsanordnung

ein spiegelhinterlegtes Normalamperemeter kontrolliert und von Hand während der Messung ständig nachreguliert. Die Konstanz der Netzspannung war während des Tages meistens nicht ausreichend; die eigentlichen Messungen wurden daher größtenteils nachts ausgeführt.

Der Emissionsstrom im Entladungsrohr war verschieden; bei den ersten Messungen waren es bis zu 3,8 mA, zuletzt konnte man die Beobachtungen noch mit einem Röhrenstrom von 0,8 mA durchführen.

Die Platten der Ablenkkondensatoren waren 3 cm lang und 1 cm breit; ihr Abstand 10 mm, in einem Fall 8 mm. Die Entfernung der beiden Kondensatoren betrug etwa 163 cm.

Die Blende E bestand aus einem dünnen Schlitz, der durch drei 1 mm große Löcher unterbrochen war. Dadurch ergab sich ein ganz charakteristisches Bild auf dem Leuchtschirm am Ende des Rohres bzw. auf der photographischen Platte. Sein Zusammengehen und Wiederauseinanderweichen mit Veränderung der Spannung konnte daher genau festgelegt werden.

Zur Erzielung des nötigen Hochvakuaums waren an das Rohr 3 dreistufige Hg-Stahlpumpen angeschlossen. Nach den Angaben eines 500 cm³ fassenden Mac Leods schwankte das Vakuum zwischen $\frac{4}{10\,000}$ mm und $\frac{0.5}{10\,000}$ mm Hg. Zum Zwecke der rascheren und sorgfältigeren Evakuierung war wie bei den früheren Versuchen zur Bestimmung der spezifischen Elektronenladung¹⁾ an dem eigentlichen Entladungsrohr noch ein parallel laufendes 4 cm weites Messingrohr angebracht, das durch drei kurze weite Rohrstützen mit den durch die Blenden aufgeteilten Partien des Entladungsrohres in Verbindung stand. Selbstverständlich waren zur Fernhaltung des Quecksilberdampfes der Pumpen zwischen der Entladungsröhre und den Pumpen noch Ausfrieraschen eingeschaltet, die mit flüssigem Sauerstoff gekühlt wurden.

Die Elektronen hatten vom Glühdraht bis zur photographischen Platte einen Weg von etwa 3 m zurückzulegen. Das Rohr war waagrecht in Ost-Westrichtung aufmontiert; es machte sich deshalb die Krümmung der Elektronenbahn durch das Magnetfeld etwas bemerkbar. Um die Elektronen durch die weit auseinander liegenden Blenden zu bringen, mußte daher ein schwacher Hufeisenmagnet zu Hilfe genommen werden. Doch ist die hierdurch verursachte Krümmung der Elektronenbahn zu vernachlässigen, da die durch das Erdfeld verursachte Kreisbahn der Elektronen bei den verwendeten Geschwindigkeiten einen Radius von 20–40 m hatte. Bei einem Bogen von 1,63 m Länge — es kommt ja nur auf die Länge der Wegstrecke zwischen den beiden Kondensatoren an — unterscheidet sich der Bogen von der zugehörigen Sehne so wenig, daß die Differenz außer Betracht bleiben kann.

Es bleibt noch zu erwähnen, daß die ganze Anlage mit allen Metallteilen mit der Wasserleitung als Erdung über Selbstinduktion und Ohmschen Widerstand leitend verbunden war.

1) F. Kirchner, Ann. d. Phys. [5] 8. S. 975 (1931).

B. Die Meßschwingung

Die Schaltung des für die Ablenkung benötigten Generators geht aus Fig. 1 hervor. Sie ist eine Röhrenschaltung einfachster Art. Die verwendete Röhre war eine RS 229 g; sie erforderte 2000 Volt Anodenspannung, 12,5 Amp. Heizstrom, 22 Volt Heizspannung und etwa 100 Volt Gittervorspannung. Die untere Grenze der Röhre lag unter 7 m; sie arbeitete bis zum Schluß einwandfrei, allerdings wurde sie schließlich bei momentaner Überbelastung undicht. Mit Ausnahme der Gitterspannung wurden sämtliche benötigten Spannungen dem Wechselstromnetz entnommen. Die hochtransformierte Anodenspannung wurde durch zwei Quecksilber-Glühkathodengleichrichter der AEG, Type G 137 in Gegentaktschaltung gleichgerichtet.

Im eigentlichen Schwingungskreis PQR bestand die Anodenschwingspule P ebenso wie die Gitterspule Q aus einer 10 cm weiten Kupferdrahtspule ($1\frac{1}{2}$ —6 Windungen). In Serie mit den Spulen ist noch ein Drehkondensator von ungefähr 200 cm Kapazität geschaltet. Die Einstellung der gewünschten Welle geschah in üblicher Weise; der Drehkondensator diente zur Feinregulierung. Über die beiden Spulen P und Q war die Kopplungsspule R geschoben (17 cm Durchmesser, 9 Windungen). Von den Enden dieser Spule führte als Energieleitung eine 2,30 m lange blanke Doppellitze zu einer in unmittelbarer Nähe des Entladungsrohres isoliert aufgehängten Spule S von 4—20 Windungen.

Die Spule S bildete mit den Zuführungsdrähten zu den Ablenkkondensatoren und den Kondensatoren selbst für sich einen auf die jeweilige Frequenz des Senders abgestimmten Schwingungskreis. Die Zuleitungsdrähte von der Spule S zu den Kondensatoren waren genau gleichlang und symmetrisch angeordnet. Um sicher festzustellen, daß die Phase der Schwingung an den beiden Kondensatoren tatsächlich genau gleich ist, wurden folgende Kontrollversuche gemacht:

1. wurden die Zuführungen einmal zu dem vorderen Kondensator und dann zu dem hinteren Kondensator vertauscht,
2. wurden die Zuführungen zu den Kondensatoren paarweise vertauscht,
3. wurde zu dem hinteren Kondensator noch eine Zusatzkapazität von annähernd derselben Größe, wie sie der Ablenkkondensator selbst hatte, parallel geschaltet.

In allen Fällen ließ sich eine merkbare Abweichung von der normalen Einstellung nicht nachweisen.

Die Transformatoren und die Wechselstrom führenden Widerstände wurden in solche Entfernung von der Entladungsröhre gebracht, daß ihr Streufeld den Kathodenstrahl nicht mehr merkbar beeinflusste.

Der Sender war geerdet; außerdem war die Mitte der eigentlichen Schwingungsspule S über eine Drossel von etwa 100 Windungen geerdet.

C. Die Frequenzmessung

Die Frequenz der an die Kondensatoren des Entladungsröhres angelegten Schwingung wurde auf folgende Weise bestimmt. Bei einem Teil der Messungen wurde einfach ein nach Quarznormalen geeichter Wellenmesser von Telefunken in Resonanz gebracht. Mit einem Galvanometer von 10^{-6} Amp. Stromempfindlichkeit ließ sich das Resonanzmaximum auf $\pm 0,5\%$ genau feststellen.

Aus verschiedenen Gründen wurde bei einem anderen Teil der Messungen ein anderes Verfahren zur Frequenzbestimmung angewandt. Es wurde hierbei die Frequenz des Senders durch Vergleich mit Sendern von bekannter Frequenz ermittelt, die an einen Normalquarz angeschlossen waren. Die Resonanz wurde dabei durch Abhören der entstehenden Schwebungstöne bzw. Tonfreiheit kontrolliert.

Die Frequenz des Senders (Sender I in Fig. 1) war ungefähr $3,6 \cdot 10^4$ kHz. Da die im Handel befindlichen Piezoquarzresonatoren stets auf weit kleinere Frequenzen abgestimmt sind, mußte noch ein zweiter Sender zu Hilfe genommen werden. Der zu den Messungen benutzte Quarzresonator hatte nach dem Eichschein der P. T. R. sein Resonanzmaximum bei $\lambda = 49,9863 \text{ m}^1$. Der Piezoquarz wurde mit einer Spule (7 cm Durchmesser, 28 Windungen) in Serie geschaltet und bildete damit einen Normalschwingungskreis. Dieser Schwingungskreis war lose mit einem Sender gekoppelt (Sender III), der auf die Wellenlänge des Piezoquarzes abgestimmt war. Die Generatorröhre war hier eine Telefunken RE 604; die Anodenspannung wurde einer Trockenbatterie von 180 Volt entnommen, den Heizstrom lieferte ein Akkumulator. Die Konstanz dieses Senders war außerordentlich groß;

1) Zur Kontrolle unseres Piezoquarzes, der gelegentlich einige Unregelmäßigkeiten zeigte, wurde uns von der P. T. R. durch die freundliche Vermittlung von Herrn Dr. A. Scheibe in dankenswerter Weise ein zweiter Piezoquarz zur Verfügung gestellt.

groß; nach einiger Zeit der Inbetriebnahme blieb der Sender in der Regel stundenlang in Resonanz.

Dieser Sender wurde mit der dritten Oberschwingung eines anderen Senders (Sender II in Fig. 1) in Resonanz gebracht. Die Schwingröhre war ebenfalls eine RE 604. Die Schwingung der beiden Sender wurde nun auf die Kopplungsspule eines eigenen Kreises induktiv übertragen, der noch aus Detektor und Antenne zur Auffangung der Schwingung des großen Senders I bestand und mit dem Gitterkreis eines Dreiröhrenwiderstandverstärkers gekoppelt war. Die in diesem Kreis entstehenden Schwebungstöne der Sender II und III und der Sender I und II wurden niederfrequent verstärkt und schließlich über zwei Kopfhörer abgehört.

Der Sender I (Welle 8,33 m), Sender II (Welle 16,66 m) und der Sender III (Welle 49,986 m) wurden nach längeren Versuchen in verschiedenen Zimmern so aufgestellt, daß die beiden Schwebungstöne ganz klar und gut voneinander unterscheidbar zu hören waren und immer auf Schwebungsfreiheit einreguliert werden konnten.

§ III. Die Durchführung der Messungen

Die eigentlichen Messungen wurden in drei Schritten durchgeführt. Zuerst wurde bei angelegter Schwingung das Zusammengehen der beiden Ablenkungsbilder des letzten Spaltes am Leuchtschirm visuell festgestellt und anschließend photographiert. Hierauf erfolgte die Bestimmung der de Brogliewellenlänge und zwar durch Interferenzaufnahmen des Strahles beim Durchgang durch ein dünnes Wismuthäutchen. Schließlich wurde der Netzebenenabstand des Wismut durch Vergleich mit entsprechenden Steinsalz aufnahmen, die als Normale dienen, ermittelt.

A. Messung mit angelegter Schwingung

Das Zusammenfallen der Ablenkungsbilder wurde jeweils festgestellt durch eine Serie von photographischen Aufnahmen, bei denen die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen in kleinen Schritten verändert wurde; auf diese Weise wurden subjektive Täuschungen, die bei visuellen Beobachtungen eintreten können, von vornherein ausgeschaltet.

Der erste Teil der Messungen verlief darnach in folgender Weise: Zunächst wurde bei eingeschalteter Schwingung durch Verändern der Stromstärke in den Spulen des Magnetfeldes (H in Fig. 1) visuell die Spulenstromstärke festgestellt, bei der die beiden Ablenkungsbilder zusammenfielen. Hierauf wurde

durch einen zweiten Beobachter zwischen Sender II und III das Minimum der Schwebungsfrequenz durch Verändern der Abstimmkapazität des Senders II aufgesucht und eingehalten. Zugleich stimmte ein dritter Beobachter den Sender I auf den Sender II so ab, daß man zumindest im Schwebungsgebiet blieb. Die Überwachung des Senders II in bezug auf Resonanz mit dem Piezoquarz hatte ebenfalls Beobachter 2 übernommen, doch war ein Nachregulieren nur selten nötig, da, wie schon oben erwähnt, dieser Sender mit dem Resonanzquarz von selbst längere Zeit in Resonanz blieb (wahrscheinlich durch Rücksteuerung des Senders durch den Quarz).

Bei dieser nunmehr genau definierten Frequenz des Senders I wurde dann in einem gewissen Bereich um das Minimum der Ablenkung eine Reihe von photographischen Aufnahmen des Ablenkungsbildes gemacht. Die zu den einzelnen Bildern gehörigen Stromstärken in der Magnetspule wurden notiert. Nach dem Entwickeln konnte das Minimum, d. h. das schmalste Bild, bei dem die beiden Ablenkungsbilder am besten zusammenfielen, einwandfrei festgestellt werden. Die Belichtungszeiten betrugen 40–140 Sek., je nach der Intensität des Primärstrahles und der verwendeten Wellenlänge. Währenddessen wurde durch Regulieren eines Widerstandes die jeweils eingestellte Stromstärke in den Magnetfeldspulen konstant gehalten. Gelegentlich wurde die Konstanz des Magnetfeldes auch in Kompensationsschaltung durch ein Spiegelgalvanometer kontrolliert. Doch erwies sich die Regulierung durch Konstanthaltung des Ausschlages eines Normalampereometers mit Spiegelskala als genügend genau.

B. Messung der de Brogliewellenlänge

Unmittelbar nach der eben beschriebenen photographischen Geschwindigkeitsmessung wurden bei denselben Stromstärken, bei denen die Ablenkungsaufnahmen gemacht worden waren, Beugungsaufnahmen einer dünnen Bi-Schicht gemacht. Dazu wurde eine an das Ende der Röhre nach dem zweiten Kondensator angeschraubte normale Elektronenkamera benützt, wie sie von F. Kirchner ausgearbeitet wurde¹⁾. Das Bi-Häutchen wurde durch Aufdampfen von kristallinem Wismut auf ein dünnes Zelluloidhäutchen im Hochvakuum hergestellt. Bi wurde deshalb gewählt, weil es bei seiner stark ausgeprägten Faserstruktur die Möglichkeit bietet, auch mit geringen Inten-

1) F. Kirchner, Ann. d. Phys. [5] 12. S. 747. 1931.

sitäten noch verhältnismäßig kurze Belichtungszeiten zu erzielen (hier durchschnittlich 10 Min.). Selbstverständlich wurden auch hier während der Belichtung die jeweiligen Stromstärken in der Magnetfeldspule konstant gehalten.

Auf den Photoplatten wurde dann der Ringdurchmesser des stärksten Ringes $[(110) = \text{Ebene}]$ ausgemessen und photometriert. Es läßt sich dann der Ringdurchmesser als Funktion der Stromstärke im Ablenkmagnetfeld auftragen, so daß zu der aus den vorigen Aufnahmen festgestellten Stromstärke des Minimums der Ablenkung der zugehörige Ringdurchmesser abgelesen werden kann (vgl. Fig. 4).

C. Eichung der Bi-Aufnahmen

Eine genügend genaue und dabei zuverlässige Angabe der Gitterkonstanten von Wismut ließ sich zur Zeit der Messungen aus den vorliegenden Strukturberichten vom Bi-Kristallgitter

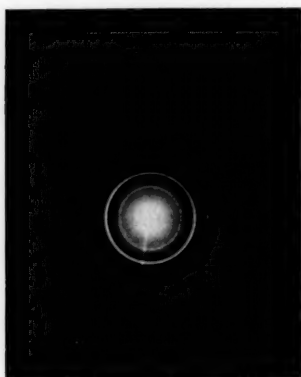


Fig. 2. Beug. Bild an Bi + NaCl

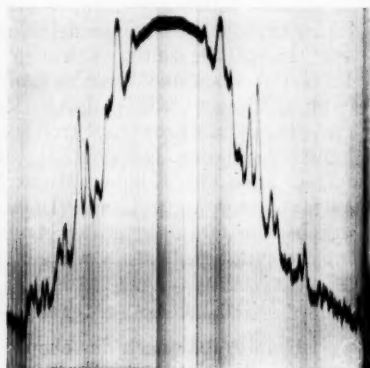


Fig. 3. Photometerkurve von Fig. 2

nicht entnehmen. Es mußte deshalb der fragliche Netzebenenabstand durch Vergleich mit einer anderen Substanz ermittelt werden. Da NaCl allgemein als Basis für Kristallstrukturangaben dient, wurde ein dünnes Zelluloidhäutchen mit einer dünnen Schicht von chemisch reinem NaCl versehen und auf dasselbe Häutchen auf der anderen Seite Bi, in genau derselben Weise, wie früher, aufgedampft. Es konnte dann mit einer gewöhnlichen Beugungsapparatur bei beliebiger Spannung das Interferenzbild beider Substanzen aufgenommen werden

(vgl. Fig. 2). Die NaCl-Ringe liegen gerade so zwischen den Bi-Ringen, daß eine exakte Ausmessung keine Schwierigkeit machte. Eine Anzahl solcher Aufnahmen wurde in zwei aufeinander senkrechten Richtungen ausphotometriert und das Mittel aus beiden Messungen genommen. Fig. 3 ist das Photometerbild zu Fig. 2. Mit einem Normalebenenabstand für NaCl von $2,814 \text{ \AA}$ ergab sich aus mehreren Messungen für $(1\bar{1}0)$ von Bi $d = 2,264^{1)}$.

§ IV. Die Versuchsergebnisse

Es wurden sechs verschiedene Meßreihen mit insgesamt 125 Aufnahmen gemacht. Bei der 1.—4. Messung erfolgte die Bestimmung der Wellenlänge dadurch, daß der Sender mit einem Wellenmesser in Resonanz gebracht wurde. Bei der 5. und 6. Meßreihe wurde die Welle von $8,331 \text{ m}$ mittels Schwebungen direkt auf den Piezoquarz bezogen. Der Abstand der Kondensatoren wurde zuerst durch Anlegen eines Maßstabes an die aus dem Rohre ragenden Zuführungen und nach Aufteilung des Rohres noch direkt mittels eines Kathetometers bestimmt. Der Abstand betrug bei den ersten 4 Messungen $s = 163,85 \text{ cm}$; bei den letzten beiden Messungen $s = 163,45 \text{ cm}$.

Die Festlegung des jeweiligen zugehörigen Ringdurchmessers geschah mit einer Ausnahme, wie schon oben angegeben: es wurde in der Umgebung der kritischen Stromstärke des Ablenk magnetfeldes eine Reihe von Aufnahmen gemacht und der Ringdurchmesser als Funktion der Ablenkstromstärke aufgetragen. Als Beispiel diene Fig. 4. Der genaue Wert des kritischen Durchmessers wurde durch Ausphotometrieren der Platten, deren Wert am nächsten lag, bestimmt.

Der Abstand: Häutchen — photographische Platte betrug bei der zweiten Messung $220,07 \text{ mm}$; bei den übrigen Messungen

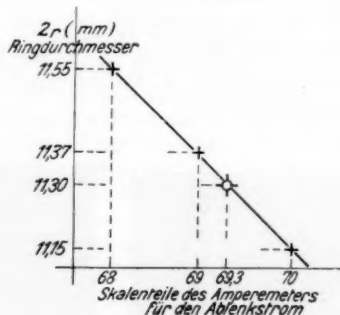


Fig. 4. Abhängigkeit des Beugungsrindurchmessers von der Magnetfeldstromstärke

1) Nach Abschluß der Arbeit erhielt ich Kenntnis von einer Arbeit von Jette und Foot, Phys. Rev. **39**, 1932. In dieser wird für $2d$ der Wert $4,5353 \pm 0,0005$ (aus Röntgenmessungen) angegeben.

war er 224,07 mm. Als Kristallgitterebenenabstand von Bi wurde $d = 2,264$ ÅE angenommen.

Die Ergebnisse sind im einzelnen:

	Wellenlänge in m	Ringdurchmesser in mm	β	$\frac{h}{m_0}$
1. Messung	10,01	13,83	0,301	7,26
2. "	9,30	12,38	0,353	7,19
3. "	10,72	14,90	0,306	7,24
4. "	10,52	14,53	0,312	7,21
5. "	8,331	11,23	0,392	7,26
6. "	8,331	11,30	0,392	7,30

Das arithmetische Mittel aus allen Messungen gibt $\frac{h}{m_0} = 7,243$ 1).

Fig. 5 gibt ein Beispiel für eine Reihe von Ablenkungs-
aufnahmen; Fig. 6 ist die zugehörige Beugungs-
aufnahme; Fig. 7 die entsprechende Photo-
meterkurve.

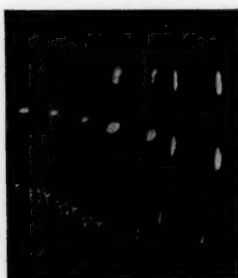


Fig. 5. Ablenkungsbild

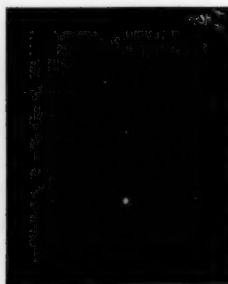
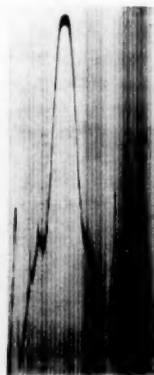


Fig. 6. Beug. Bild an Bi

Fig. 7. Photo-
meterkurve
von Fig. 6

§ V. Fehlerdiskussion

Als Fehlerquellen kommen in Betracht:

1. Die Unsicherheit der Gitterkonstanten d . Bei den Eich-
aufnahmen (Bi + NaCl) waren die Spitzen der Photometerkurven
so scharf, daß die Abweichungen der Resultate bei verschie-

1) Mit dem oben angegebenen Kristallgitterwert von Jette und Foot
ergibt sich für $\frac{h}{m_0} = 7,252$.

denen Aufnahmen untereinander noch unter $0,5\text{‰}$ lagen. Als Wert für d wurde deshalb angenommen: $d = 2,264 \pm 0,001$.

2. Bestimmungen von r . Zu einem einmal festgelegten Ablenkminimum konnte der zugehörige Beugungsringdurchmesser auf $\pm 0,5\text{‰}$ genau festgelegt werden.

3. Konstanz des Magnetfeldes. Die Konstanzhaltung der Spulenstromstärke wurde mittels der Spiegelablesung auf $\pm 0,5\text{‰}$ genau erreicht; die unvermeidlichen kurzdauernden Schwankungen des Stromes, bis wieder mit der Hand nachreguliert war, waren wegen der hohen Belichtungszeit (10 Min.) belanglos. Außerdem waren gerade bei den entscheidenden Messungen (morgens 0—4 Uhr) die Spannungsschwankungen des städtischen Netzes sehr gering.

4. Die am meisten ins Gewicht fallende Unsicherheit war die Bestimmung der genauen Lage des Minimums aus den Ablenkungsbildern. Die Grenze war hier vor allem gegeben durch die Intensität der Schwingung an den Ablenk Kondensatoren. Diese änderte sich mit der Wellenlänge; sie schwankte aber bei konstant gehaltener Wellenlänge auch mit der Netzspannung. Es wurde bei den Ablenk aufnahmen auf möglichst konstante Intensität der Schwingung geachtet, um aus der Breite des Flecks schon zu erkennen, wie weit die Minimumsstellung noch entfernt war. Das Minimum wurde mit einer schon erwähnten Ausnahme stets aus mehreren Aufnahmen bestimmt. Trotzdem ist ein durchschnittlicher Fehler von $\pm 2,5\text{‰}$ anzunehmen.

5. Der Abstand s wurde nach der letzten Messung mittels eines Kathetometers, das noch $\frac{1}{100}$ mm abzulesen gestattete, bestimmt; der Fehler ist sicher unter $\pm 0,25\text{‰}$.

6. Der Abstand: Photoplatte—Wismuthäutchen wurde mit einer Schublehre ermittelt; der mögliche Fehler ist allenfalls $\pm 0,25\text{‰}$.

7. Die Frequenz des Senders ließ sich bei Resonanz mit dem Wellenmesser auf $\frac{1}{2}\text{‰}$ genau ablesen. Vorausgesetzt ist allerdings dabei eine zuverlässige Eichung des Wellenmessers. Bei der Wellenlänge von 49,9863 m (Resonanzstelle des Piezoquarzes) stimmte jedenfalls die von der Fabrik beigegebene Eichkurve. Bei Schwebung mit den beiden kleineren Zwischensendern darf man einen Maximalfehler von $\pm 0,2\text{‰}$ annehmen. Der verwendete Resonanzquarz hatte keine störenden Nebenmaxima.

Berechnet man den Gesamtfehler als arithmetische Summe bzw. aus der Summe der Fehlerquadrate, so erhält man nicht ganz 5‰ , bzw. 3‰ .

Da die letzten beiden Messungen die genauesten sind, möchte ich als schließliches Resultat setzen

$$\frac{h}{m_0} = 7,25 \pm 0,03$$

Nimmt man zu dem vorstehenden Wert von $\frac{h}{m_0}$ noch den früher¹⁾ bestimmten Wert von $\frac{e}{m_0} = (1,7585 \pm 0,0012) \cdot 10^7$ hinzu, so ergibt sich $\frac{h}{e} = (1,374 \pm 0,007) \cdot 10^{-17}$.

Nun muß man aber im Auge behalten, daß in dem aus der Röntgenspektroskopie übernommenen Wert der Gitterkonstanten d schon der Wert der Loschmidtzahl und damit der Wert von e implizit enthalten ist. Denn es ist ja²⁾

$$\varrho = \frac{d^3 L}{M},$$

wo L die Loschmidtzahl, M das Molekulargewicht und ϱ die Dichte bedeuten. Da aber

$$L = \frac{F}{e}$$

— dabei bedeutet F die Faradaysche Konstante —, so ergibt sich

$$d = \sqrt[3]{\frac{M \varrho e}{F}},$$

also $\frac{h}{m_0} = \sqrt[3]{e} \cdot C$. Nimmt man $\frac{e}{m_0} = 1,7585 \cdot 10^7$, so erhält man demnach $\frac{h}{e^{1/3}}$. Numerisch ergibt sich

$$\frac{h}{e^{1/3}} = (1,758 \pm 0,006) \cdot 10^{-14}.$$

Dies ist in guter Übereinstimmung mit den Resultaten der in analoger Weise ausgewerteten Messungen am kontinuierlichen Röntgenspektrum (Duane, Palmer und Chi-Sun-Yeh: $1,760 \cdot 10^{-14}$ und Feder $1,756 \cdot 10^{-14}$); die bisher erzielte Genauigkeit reicht aber nicht hin, um eine sichere Entscheidung³⁾

1) F. Kirchner, *Ann. d. Phys.* [5] **12**, S. 505. 1932.

2) Im Falle des einfachen kubischen Gitters!

3) *Zusatz b. d. Korr.*: Die Entscheidung ist inzwischen durch neue Messungen am Röntgenspektrum von Kirkpatrick u. Ross (*Phys. Rev.* **45**, April 1934, S. 454) zugunsten des Federschen Wertes gefallen.

zwischen diesen verschiedenen Resultaten zu bringen. Aus dem gleichen Grunde können unsere Messungen auch die merkwürdige Diskrepanz zwischen den absoluten Wellenlängenmessungen an Röntgenstrahlen und den mit Hilfe der Millikanschen e -Bestimmung festgelegten Kristallgitterkonstanten noch nicht aufklären, eine für das System der atomaren Konstantenwerte besonders schwerwiegende Diskrepanz, die ursprünglich den Hauptanstoß zu der vorliegenden Arbeit gegeben hatte.

Zum Schluß muß noch darauf hingewiesen werden, daß vor einiger Zeit von R. v. Meibom und E. Rupp in dieser Zeitschrift¹⁾ eine h/e -Bestimmung nach derselben Methode veröffentlicht worden ist; die Darstellung des in dieser Arbeit angewandten Meßverfahrens ist uns aber nicht verständlich. Das Prinzip der Versuchsanordnung war dasselbe wie das bei den vorliegenden Versuchen beschriebene: Der Elektronenstrahl wurde durch ein Magnetfeld monochromatisiert und gelangte durch 3 Blenden von 0,1 mm Durchmesser in die eigentliche Apparatur, in der seine Geschwindigkeit gemessen wurde. Von der Stromstärke in der Magnetfeldspule wird angegeben, daß sie auf 1:800 konstant gehalten werden konnte. Das verwendete Meßverfahren wird nun auf folgende Weise beschrieben: „Die Hochspannung an der Röhre wird über einen Stufentransformator mit kontinuierlicher Steuerung so lange variiert, bis die zwei Bilder, die infolge der Ablenkung des Elektronenstrahles durch die beiden Kondensatoren entstehen, möglichst scharf zusammenfallen.“

Nach dieser Darstellung ist anzunehmen, daß das Magnetfeld bei der Veränderung der Spannung konstant gehalten wurde. Bei einem solchen Verfahren kann sich aber an der Geschwindigkeit des monochromatisierten Strahles überhaupt nichts ändern, denn bei festgehaltener Stromstärke der Magnetfeldspule können ja nur Kathodenstrahlen von einer scharf definierten Geschwindigkeit in die Meßapparatur überhaupt eintreten. Bei konstantem Magnetfeld beobachtet man beim Verändern der Beschleunigungsspannung nur eine Änderung der Intensität, aber keine Änderung der Größe der Ablenkung. Wie R. v. Meibom und E. Rupp mit dem beschriebenen Meßverfahren bei konstant gehaltenem Magnetfeld überhaupt zu einem Meßresultat gelangen konnten, ist uns daher unverständlich.

1) R. v. Meibom u. E. Rupp, Ann. d. Phys. [5] 13. S. 725. 1932.

Die vorstehende Arbeit wurde auf Anregung und unter der Leitung von Prof. F. Kirchner durchgeführt, dem ich zu besonderem Dank verpflichtet bin. Ferner habe ich zu danken Herrn Geheimrat A. Sommerfeld für Überlassung der Institutsmittel und für die Vermittlung finanzieller Unterstützung durch die Rockefellerstiftung, endlich den Herren Dr. H. Raether und H. Neuert für Hilfe bei den Messungen.

Wir haben weiter für tatkräftige Unterstützung zu danken: der Fa. Telefunken für die verwendete Senderöhre, dem Forschungsinstitut der AEG. für die Quecksilbergleichrichterröhren, der Phys. Techn. Reichsanstalt für die leihweise Überlassung eines Kontrollpiezoquarzes und dem Telegr. Techn. Reichsamt für die wiederholte Überlassung eines Kurzwellenmessers.

München, Institut f. Theoret. Physik, am 3. April 1934.

(Eingegangen 6. April 1934)

**Röntgenoptische Untersuchungen
an dünnen Nickelschichten¹⁾**

Von Rudolf Riedmüller

(Mit 13 Figuren)

In den letzten Jahrzehnten sind zahlreiche Untersuchungen an dünnen Metallschichten durchgeführt worden, die den Zweck hatten, die elektrischen und magnetischen Eigenschaften dieser Schichten und ihre Anomalien in Abhängigkeit von der Schichtdicke zu studieren²⁾ oder das optische Reflexions- und Absorptionsvermögen in der gleichen Abhängigkeit kennen zu lernen³⁾. Weiter wurden durch Kathodenzerstäubung oder durch Verdampfen des betreffenden Materials hergestellte Schichten dazu benutzt, die Verhältnisse bei der Totalreflexion von Röntgenstrahlen zu untersuchen, um daraus die Dispersionskurve für Röntgenstrahlen abzuleiten⁴⁾. Schließlich wurden sowohl mit Röntgenstrahlen⁵⁾ als auch mit Hilfe von Elektroneninterferenzen⁶⁾ Untersuchungen über die Struktur dünner Metallschichten angestellt.

Bei vielen derartigen Untersuchungen, insbesondere immer dann, wenn die Dicke der Schichten in die Rechnung eingeht, oder aber, wie bei der Totalreflexion von Röntgenstrahlen, wenn ein Vergleich mit der Theorie durchgeführt werden soll, ist es notwendig, die Dichte des untersuchten Metallniederschlages zu kennen. Darüber sind bis jetzt keine eingehenden

1) Gekürzte Dissertation der Technischen Hochschule München.

2) A. Riede, Ztschr. f. Phys. **28**. S. 177. 1924 (mit Angabe früherer Arbeiten); E. Perucca, Ann. d. Phys. **4**. S. 252. 1930 (mit Angabe neuerer Arbeiten).

3) R. Schulze, Phys. Ztschr. **34**. S. 24. 1933 (mit ausführlichem Literaturverzeichnis).

4) R. L. Doan, Phys. Rev. **27**. S. 796. 1926; Phys. Rev. **29**. S. 205. 1927; Phil. Mag. **4**. S. 100. 1927; R. Forster, Helv. Phys. Acta **1**. S. 18. 1928; H. E. Stauß, Phys. Rev. **31**. S. 491. 1928; H. W. Edwards, Phys. Rev. **32**. S. 712. 1928; **33**. S. 463. 1929; H. Kiessig, Ann. d. Phys. [5] **10**. S. 715. 1931.

5) S. Dembinska, Ztschr. f. Phys. **54**. S. 46. 1929 (mit weiteren Literaturangaben); W. Büssel u. F. Groß, Ztschr. f. Phys. **87**. S. 778. 1934 (mit Literaturangaben).

6) F. Kirchner, Ztschr. f. Phys. **76**. S. 576. 1932.

Untersuchungen unternommen worden. Es wurde lediglich auf Grund verschiedener Resultate, die sich bei Versuchen mit dünnen Metallschichten ergeben hatten, die Vermutung ausgesprochen, daß ein kleinerer Wert der Dichte, als wir ihn vom kompakten Material her gewohnt sind, vorhanden sein müsse. So veröffentlichten Hanawalt und Ingersoll¹⁾ eine Arbeit, welche zu dem Ergebnis führte, daß durch Kathodenzerstäubung hergestellte Eisen-, Kobalt- und Nickelschichten eine um 22, 20 bzw. 6% größere Gitterkonstante haben, was eine kleinere Dichte zur Folge hat. Kiessig (a. a. O.) findet bei seiner Arbeit über die Totalreflexion von Röntgenstrahlen dann beste Übereinstimmung seiner gemessenen Reflexionskurven mit den nach den Fresnelschen Formeln berechneten, wenn er die Dichte seiner Nickelspiegel um 15% kleiner als normal ansetzt. Bei ähnlichen Messungen von Stauß (a. a. O.) an Nickel- und Platinspiegeln führt ein Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit der Lorentzschen Dispersionstheorie zu Dichtenabweichungen zwischen 33 und 53%. Ob bei diesen Arbeiten eine größere Gitterkonstante oder Hohlräume innerhalb des Materials zu einer Verkleinerung der Dichte führte, bleibt dahingestellt.

Es besteht somit Veranlassung, anzunehmen, daß neben anderen Eigenschaften auch die Dichten dünner Metallschichten in bezug auf die massiven Materialien Anomalien aufweisen. Der Zweck der vorliegenden Arbeit war nun, an dünnen Schichten eingehende Messungen der Dichte durchzuführen und gleichzeitig damit den Brechungsindex für Röntgenstrahlen zu bestimmen. Parallel zu diesen Untersuchungen sollten Messungen des spezifischen elektrischen Widerstandes gehen, um die Dichten- und Brechungsverhältnisse mit denen bei einer anderen, bezüglich der Meßmethode unabhängigen Größe vergleichen zu können.

I. Experimenteller Teil

1. Meßmethode

Die Herstellung der Metallspiegel durch Kathodenzerstäubung kam für die vorliegenden Versuche nicht in Frage; denn die notwendige Gegenwart eines fremden Gases im Zerstäubungsgefäß hat zur Folge, daß man nicht Niederschläge aus reinem Metall, sondern aus einer Metall-Gasmischung bekommt. Daß der Gasgehalt durch Kathodenzerstäubung hergestellter Schichten außerordentlich groß sein kann (gelegentlich sogar

1) J. D. Hanawalt u. L. R. Ingersoll, *Nature* **119**. S. 234. 1927.

1 Molekül pro Metallatom), ist aus einer Arbeit von Ingersoll und Hanawalt¹⁾ bekannt. Um diese Gaseinlagerung zu vermeiden, mußten die dünnen Schichten durch Verdampfen des betreffenden Metalles im Hochvakuum hergestellt werden. Zwecks Vermeidung verschiedener Fehlerquellen war es naheliegend, auch das Gewicht der Niederschläge, welches ja für die Dichtenbestimmung bekannt sein mußte, direkt anschließend an ihre Herstellung ebenfalls im Vakuum festzustellen, ohne daß die Schichten an Luft gebracht werden mußten. Zu diesem Zweck wurde eine Mikrowaage entsprechender Empfindlichkeit gebaut und in geeigneter Weise in der Verdampfungsapparatur untergebracht. Schließlich konnte auch noch der elektrische Widerstand der Schichten im Vakuum gemessen werden, ebenfalls ohne die Spiegel mit Luft in Berührung zu bringen.

Sollte nun die Dichte ermittelt werden, so war es nötig, das Volumen der Schichten zu kennen. Die Fläche der Unterlagen, auf welche die Niederschläge aufgestäubt wurden, konnten ohne Schwierigkeit ermittelt werden. Damit konzentrierte sich also die Volumenbestimmung auf die Ermittlung der Schichtdicke.

Hierzu wurde eine Methode in Anwendung gebracht, die Kiessig²⁾ erstmals veröffentlicht hat. Diese Methode beruht auf dem Zustandekommen von Röntgeninterferenzen an dünnen Schichten und erlaubt, die hier in Frage kommenden Dicken mit großer Genauigkeit zu messen. Die Auswertung dieser Interferenzen gibt außerdem den Brechungsindex für Röntgenstrahlen für die benutzte Wellenlänge und das betreffende Spiegelmaterial, wofür in der vorliegenden Arbeit aus experimentellen Gründen stets Nickel verwendet wurde.

2. Versuchsanordnung

Die Apparatur zur Herstellung der Spiegel, zur Gewichtsbestimmung und Widerstandsmessung ist in Fig. 1 wiedergegeben. Die Figur ist zum Teil stark schematisiert, außerdem ist alles, was mit der Meßmethode direkt nichts zu tun hat, fortgelassen.

a) Verdampfungsraum

1. Herstellung der Spiegel

Im unteren Teil der Apparatur, dem „Verdampfungsraum“, wurden die Spiegel hergestellt und ihr Widerstand gemessen.

1) L. R. Ingersoll u. J. D. Hanawalt, Phys. Rev. **34**. S. 972. 1929.

2) H. Kiessig, Ann. d. Phys. [5] **10**. S. 769. 1931.

Zwischen zwei Messingklötzen, in der Figur und im folgenden kurz als Heiztische bezeichnet, wurden 12 Nickeldrähte von

je 7 cm Länge und 0,25 mm Stärke in einem gegenseitigen Abstand von 2,5 mm eingespannt. Geheizt wurde, je nach der gewünschten Verdampfungsgeschwindigkeit, im allgemeinen mit 1,8—2,2 Amp. pro Draht. Einer der beiden Heiztische war drehbar ausgeführt, so daß mit Hilfe eines Gewichtes die Drähte, die sich beim Glühen stark ausdehnen, stets gut gespannt waren.

Auf diese Weise konnten nicht vollkommen gleichmäßig dicke Schichten hergestellt werden¹⁾. Es war dann aber für die Dichtenbestimmung notwendig, die Ungleichmäßigkeit genau zu kennen und in Rechnung zu setzen.

Es wurde dazu die Eigenschaft mäßig dicker Spiegel benutzt, im sichtbaren Gebiet noch lichtdurchlässig zu sein. Die Absorption ist ein Maß für

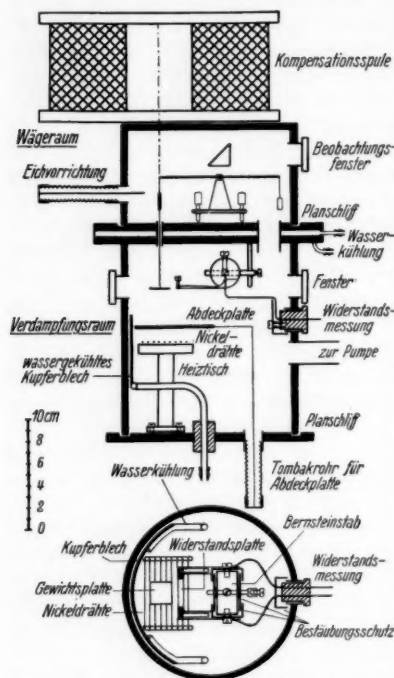


Fig. 1. Apparatur zur Herstellung dünner Nickelschichten, zur Gewichts- und Widerstandsbestimmung

die Dicke. Wenn man also beispielsweise mit einem Registrierphotometer einen Spiegel längs irgendeiner Geraden ausmißt, so erhält man eine Art Profilkurve des Spiegels längs dieser Geraden. Um die wahre Profilkurve zu erhalten, muß man noch bedenken, daß die Charakteristik des Photometers eingeht. Um von ihr unabhängig zu sein, wurde bei jedem Spiegel ein linearer Graukeil (Eder-Hecht) mit der

1) Man kann auf verschiedene Arten auch auf verhältnismäßig große Flächen *gleichmäßig* dicke Niederschläge aufdampfen, wenn man dafür sorgt, daß die Verdampfungsquelle entweder in ihrer Ausdehnung groß gegen die Spiegelfläche oder von dieser weit entfernt und punktförmig ist. Verschiedene Gründe haben jedoch dazu geführt, die Verdampfungsquelle so zu gestalten, wie sie oben beschrieben wurde.

gleichen Photometerempfindlichkeit mitphotometriert. Aus den Marken des Graukeils und der Kurve des Photogramms konnte dann das Profil der Schicht und die verschiedenen Dicken des Niederschlages relativ zueinander ermittelt werden. Die größte Dicke eines Spiegels befand sich in seiner Mitte und wurde, wie später ausführlich beschrieben werden wird, mit Hilfe der Röntgeninterferenzen gemessen. Aus diesem Absolutwert der Dicke und den Dickenverhältnissen, die das Photogramm zusammen mit dem Graukeil lieferte, war die Dicke jeder Stelle des Spiegels und damit seine Ungleichmäßigkeit berechenbar.

Um ein Undichtwerden des mit Ramsayfett gedichteten unteren Planschliffes infolge der starken Wärmeentwicklung während der Verdampfung zu verhüten, lag zwischen den Heiztischen und der Gefäßwand eine wassergekühlte Kupferplatte. Die Wasserleitung kühlte zugleich die beiden Stromzuführungen für die Heizung der Nickeldrähte und war dementsprechend isoliert. Die Abdeckplatte über den Nickeldrähten, die mit Hilfe eines Tombakrohres und einer einfachen Hebelübertragung, die in der Figur nicht gezeichnet wurde, von außen entweder über die Drähte gebracht oder aus dieser Lage entfernt werden konnte, hatte den Zweck, neu eingezogene Drähte zuerst auszuheizen, ohne daß dabei die Spiegelplatten bestäubt worden wären.

2. Unterlagen der Spiegel

Für die Gewichtsbestimmung war eine Empfindlichkeit der Waage von der Größenordnung 10^{-7} g erforderlich. Deshalb mußten die Unterlagen der Spiegel, die direkt an der Waage hingen und im folgenden kurz als „Gewichtsplatten“ bezeichnet werden, so leicht wie möglich ausgeführt werden. Es wurden Mikroskopdeckgläschen verwendet in den Ausmaßen $20 \times 20 \text{ mm}^2$ Fläche und 0,15 mm Dicke mit einem Gewicht von ungefähr 150 mg. Ihr Abstand von den Nickeldrähten betrug ungefähr 5 cm.

Um den elektrischen Widerstand der Metallniederschläge zu messen, mußten irgendwie Elektroden mit Spannungszuführungen angebracht werden. Wäre dies an der Gewichtsplatte geschehen, so hätte dadurch die Empfindlichkeit und Genauigkeit der Wägung stark gelitten. Es wurde deshalb einige Millimeter von der Gewichtsplatte entfernt und in gleicher Höhe mit ihr eine zweite Spiegelplatte mit den Ausmaßen $2,5 \times 40 \text{ mm}^2$ angebracht. Dieser Platte, im folgenden als „Widerstandsplatte“ bezeichnet, wurden in einer eigenen Verdampfungsanlage an beiden Enden dicke Nickelelektroden aufgedampft und zwar so, daß als wirksame Länge bei der Widerstandsmessung zwischen den Elektroden 25 mm frei blieben. Die Widerstandsplatte

selbst wurde in einen Bernsteinhalter eingespannt, wobei die Nickelelektroden stets guten Kontakt mit den Spannungsführungen gaben. Die gegenseitige Lage von Gewichts- und Widerstandsplatte ist aus Fig. 1 gut zu ersehen. Der Grundriß dieser Figur läßt weiter die Ausführung des Bernsteinhalters, die Anordnung des Bestäubungsschutzes, der den Zweck hatte, alle hoch isolierten Teile von der Bestäubung abzuhalten, sowie die Zuleitung für die Widerstandsmessung erkennen.

3. *Vakuumeinrichtung*

Ein Stutzen verbindet das Bestäubungsgefäß mit der Pumpleitung. Als Pumpe diente eine dreistufige Glasdiffusionspumpe. Zur Kontrolle des Vakuums war ein MacLeod-Manometer eingebaut. Der Quecksilberdampf von Pumpe und Manometer wurde durch eine Kältemischung aus fester Kohlensäure und Alkohol oder durch flüssige Luft ausgefroren. Um die Erschütterungen der Pumpe von der Waage fernzuhalten, war ein sehr elastisches Tombakrohr in die Pumpleitung eingebaut.

Direkt an den Verdampfungsraum war noch ein Gefäß mit Absorptionskohle angeschlossen, welche vor jeder Messung viele Stunden bei 350°C ausgeheizt und dann mit flüssiger Luft gekühlt wurde. Sie hatte den Zweck, auch während der Verdampfung, bei der von den warm werdenden Teilen der Apparatur etwas Gas abgegeben wurde, genügend gute Vakuumverhältnisse zu gewährleisten. (Eine Stahlpumpe an Stelle der Glasdiffusionspumpe war wegen zu starker Erschütterungen nicht anwendbar.)

b) *Wägeraum*

In dem „Wägeraum“ (oberer Teil der Apparatur) befand sich die Mikrowaage nebst der Eicheinrichtung. Die Waage wurde aus 3 m Entfernung mit Hilfe eines Fernrohres beobachtet. Die Eichung erfolgte im Vakuum. Da es sich um einen Gewichtsbereich von zwei Zehnerpotenzen handelte (einige 10^{-6} bis einige 10^{-4} g), konnten die Gewichte nicht aus dem bloßen Ausschlag der Waage erhalten werden. Deshalb wurden die Ausschläge elektromagnetisch kompensiert mittels einer auf dem oberen Gehäuse der Apparatur angebrachten Spule und eines an der Waage hängenden kleinen Magneten (kräftig magnetisierte und anschließend gut gealterte Nähnadel). Der Kompensationsstrom war dann ein Maß für das jeweilige Gewicht.

Der Wägeraum war zugänglich nach Abheben des erwähnten Gehäuses, welches mit Hilfe eines mit Ramsayfett

gedichteten Planschliffes mit der übrigen Apparatur verbunden war. Die gesamte Grundfläche des Wägeraumes war wassergekühlt, um jede Erwärmung der Waage während der Verdampfung auszuschließen und den ganzen Wägeraum stets auf konstanter Temperatur zu halten.

1. Die Waage

Es wurde im Prinzip eine zweiarmige Hebelwaage benutzt. Als „Mittelschneide“ diente ein 80 mm langer, 25 μ dicker Quarzfaden, auf den der Waagebalken (Glaskapillare, 110 mm lang, 0,8 mm Außendurchmesser) mit Schellack aufgekittet wurde. Vor der Aufkittung wurde der Waagebalken solange gebogen, bis der Schwerpunkt des schwingenden Systems die richtige Lage hatte, d. h. bis die gewünschte Empfindlichkeit der Waage von einigen 10^{-7} g erreicht war.

Auch die beiden „Endschneiden“ waren durch Quarzfäden ersetzt, die mit Schellack an die Balkenden angekittet wurden. Nach dem Vorbild von Steele und Grant¹⁾ wurden diese Quarzfäden an den Kittstellen auf einige Millimeter äußerst fein ausgedogen (im vorliegenden Fall auf 3 μ), so daß ihre verschwindend kleine Biegeungssteifigkeit eine definierte Lage des Schwerpunktes gewährleistete. An diesen Quarzfäden hing auf der einen Seite der Waage Magnet und Gewichtplatte, auf der anderen Seite ein Gegengewicht aus ganz dünnem Kupferdraht, mit dem jede Gewichtplatte verhältnismäßig leicht austariert werden konnte.

Während des Betriebes sorgten elastische Anschläge, bestehend aus langen verplatiniierten Quarzfäden, für eine Be-

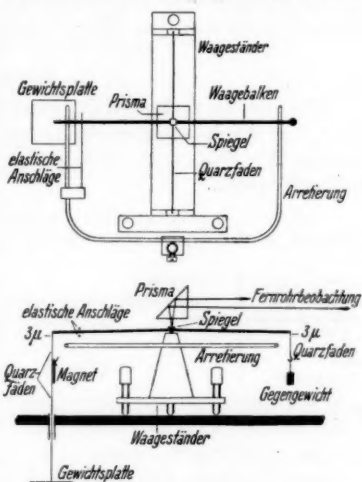


Fig. 2. Die Waage

1) Handb. d. biol. Arbeitsmethoden I, 3; Berlin, Urban & Schwarzenberg.

grenzung der Schwingungsamplituden. Nach dem Öffnen der Apparatur, besonders dann, wenn neue Spiegelplatten einzusetzen waren, wurde die Waage durch Heben einer Messinggabel, in der Figur mit Arretierung bezeichnet, festgehalten.

Für die Fernrohrbeobachtung wurde in der Mitte des Balkens ein kleiner Spiegel mit Schellack aufgekittet und zwar horizontal, um das Trägheitsmoment der Waage nicht unnötig zu vergrößern. Über dem Spiegel befand sich ein totalreflektierendes Prisma und mit ihm in gleicher Höhe in der Wand der Apparatur ein planparalleles Fenster. Die ganze Einrichtung geht aus den Figg. 1 und 2 deutlich hervor.

2. Eichung

Da die Gewichte nicht direkt, sondern auf dem Umweg über den Kompensationsstrom gemessen wurden, war es notwendig, die Waage zu eichen. Dies mußte im Vakuum durchgeführt werden.

Eine stark schematisierte, perspektivische Ansicht der Eichvorrichtung zeigt Fig. 3. Ein Messingstab war mit einem Tombakrohr

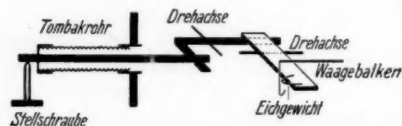


Fig. 3. Vorrichtung zur Eichung der Waage

(welches auch in Fig. 1 zu sehen ist) verlötet und konnte mittels einer Stellschraube vertikal bewegt werden. Ein zweiter, gebogener Messingstab überträgt diese Bewegung auf ein dünnes Messingplättchen, auf dessen einem Ende das betreffende Eichgewicht liegt. Aus der Einzeichnung der einzelnen Drehachsen ist ohne weiteres ersichtlich, daß bei einer Drehung der Stellschraube nach oben das Eichgewicht nach unten geht und sich dabei in das Häkchen der Waage einhängt. Es ist dies das gleiche Häkchen, in dem auch der Magnet und die Gewichtplatte hängen.

Die benutzte Eichmethode brachte mit sich, daß grundsätzlich nur Eichgewichte in *Drahtform* verwendet werden konnten. Zu diesem Zweck wurden die Längen von Haardrähten aus Platin von ungefähr 15, 20, 25 und 30 μ Dicke mit Hilfe eines Kathetometers genau ausgemessen (die Längen schwankten zwischen 120 und 140 cm)¹⁾. Von den vier Drähten wurden dann kleinere Stückchen von 6–15 mm Länge abgeschnitten und unter dem Mikroskop ausgemessen. Auf diese Weise konnten Eichgewichte beliebiger Größe hergestellt werden.

1) Herr Prof. K. T. Fischer hat die Drähte im Landesamt für Maß und Gewicht gewogen, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen möchte.

Mit ihnen wurde die Eichkurve aufgenommen, welche in Fig. 4 wiedergegeben ist. Es ist zu bemerken, daß die Kurve nicht in einem Zuge aufgenommen wurde; vielmehr interessierte anfangs, besonders während der Vorversuche, nur ein Bereich zwischen 0 und $200 \cdot 10^{-6}$ g. Demzufolge wurde ursprünglich auch nur dieses Stück der Eichkurve aufgenommen. Später,

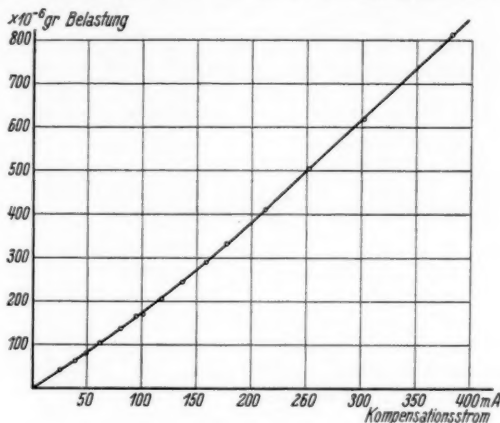


Fig. 4. Eichkurve

wo größere Schichtdicken untersucht wurden, mußte die Eichkurve erweitert werden bis 300, dann bis 500 und schließlich bis $800 \cdot 10^{-6}$ g. Zwischen den ersten Eichungen und den letzten liegen ungefähr zwei Jahre. Wie die Eichkurve erscheinen läßt, verläuft sie vollkommen kontinuierlich, es ist nirgends irgend ein Sprung zu erkennen. Dies ist ein Zeichen dafür, daß die Waage während der ganzen Zeit äußerst konstant im Betrieb war.

Die Eichkurve zeigt in ihrer Mitte eine leichte Krümmung, verläuft also nicht ganz linear. Die Ursache dieser Krümmung wurde nicht weiter untersucht, da der Verlauf der Kurve stets reproduzierbar und eine Änderung des Momentes des Magneten durch das Spulenfeld nicht festzustellen war.

Die Empfindlichkeit und Konstanz der Waage wurde während der Messungen alle paar Wochen, manchmal alle paar Tage nachkontrolliert und zwar immer mit ein und demselben Eichgewicht. Der mittlere Fehler in den Werten des Kompensationsstromes, die sich bei diesen Kontrolleichungen ergaben, betrug 1% .

c) Interferenzen

Das Zustandekommen der Interferenzen geht aus Fig. 5 hervor. Bedeutet n den Brechungsindex und λ die Wellenlänge, so haben die beiden Strahlen AD und CE einen Gangunterschied

$$\Delta = (AB + BC) \cdot n - AD - \frac{\lambda}{2},$$

wobei das letzte Glied ($\lambda/2$) durch den Phasensprung an der Nickel-Glas-Grenzfläche bei B (Reflexion am optisch dichteren Medium) bedingt ist. Je

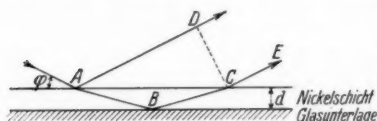


Fig. 5. Strahlengang bei den Röntgeninterferenzen

nach der Größe des Gangunterschiedes in bezug auf die benutzte Wellenlänge ergeben sich Interferenzmaxima und -minima, denen bestimmte Ordnungszahlen m zuzuordnen sind. Nimmt man je zwei

Interferenzlinien mit den Ordnungszahlen m_1 und m_2 und den dazugehörigen Einfallswinkeln φ_1 und φ_2 zusammen, so liefert eine einfache Rechnung für die gesuchten Werte der Dicke d und des Brechungskoeffizienten δ ¹⁾ die Ausdrücke

$$d = \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{m_2^2 - m_1^2}{\varphi_2^2 - \varphi_1^2}} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{\varphi_1^2 m_2^2 - \varphi_2^2 m_1^2}{m_2^2 - m_1^2}.$$

Die Ordnungszahlen nehmen folgende Werte an:

für *Maxima* wird $m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ usw.,

für *Minima* wird $m = 0, 1, 2$ usw.

Je mehr Interferenzlinien zu einer paarweisen Zusammenfassung vorhanden sind, desto genauer ergibt sich durch Mittelbildung die gesuchte Größe.

Auf jeder Aufnahme wurde neben den Interferenzlinien auch der direkte Strahl aufgenommen. Aus dem Abstand einer Interferenzlinie vom direkten Strahl und der bekannten Entfernung des Spiegels vom Röntgenfilm (bei allen Aufnahmen 665 mm) konnte der dazugehörige Einfallswinkel φ ermittelt werden. Zu diesem Zweck wurden die Interferenzaufnahmen im allgemeinen im Übersetzungsverhältnis 1:9 mit dem Registrier-

1) Man rechnet bei Röntgenstrahlen an Stelle des Brechungsindex n , der nur wenig von 1 abweicht, mit der Größe $\delta = 1 - n$. Diese wird im folgenden mit Brechungskoeffizient bezeichnet.

photometer des Institutes auf Platten photometriert und die Photogramme ausgemessen.

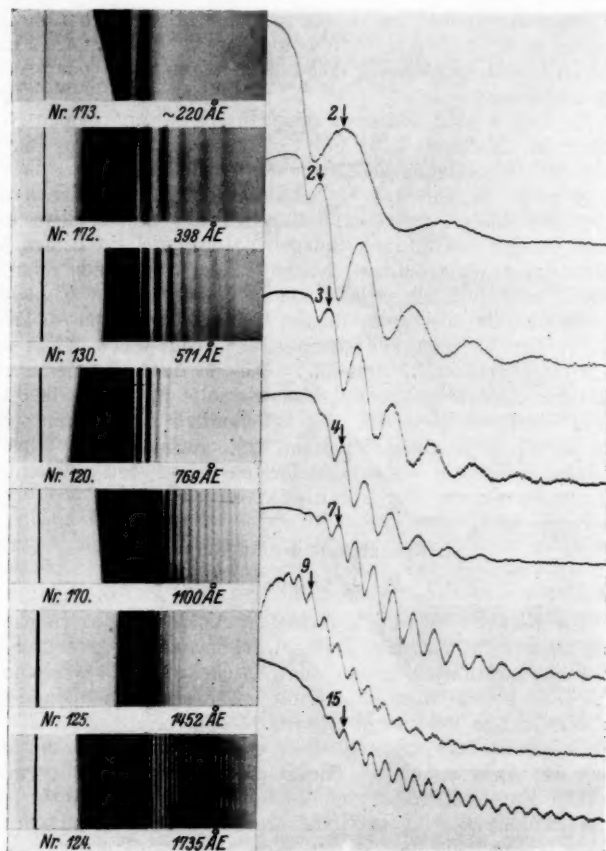


Fig. 6. Röntgeninterferenzen an dünnen Nickelschichten.
(Die Numerierung der Aufnahmen entspricht derjenigen der Tab. 1, S. 391)

Die Röntgenapparatur zur Aufnahme der Interferenzen (Röntgenröhre mit Hochspannungsquelle, Spektrometer zur Herstellung monochromatischer Strahlung, Spiegeldrehvorrichtung) ist in der ersten Arbeit von Kiessig genau beschrieben. In

der vorliegenden Arbeit wurden die Interferenzen stets mit der $\text{CuK}\alpha_1$ -Linie, $\lambda = 1,537 \text{ \AA}$, aufgenommen. Die Röhrenbelastung betrug im allgemeinen 30–36 kV bei 20–25 mA Emission. Die Belichtungszeiten wechselten zwischen 4 Stunden bei dünnen Spiegeln und 40 Stunden bei dem dicksten Spiegel. Als Filmmaterial wurde doppelseitig begossener Agfa-Laue- oder Agfa-Spezialfilm verwendet.

In Fig. 6 sind einige wenige Interferenzaufnahmen (vergrößert im Maßstab 1:3) nebst den dazugehörigen Photogrammen (Übersetzungsverhältnis 1:9) wiedergegeben (beides in der Reproduktion auf $\frac{1}{2}$ verkleinert). Sie sind nach der Dicke der Spiegel geordnet. Man erkennt die wenigen und breiten Linien bei dünnen Spiegeln, sieht, wie die Linien bei zunehmender Spiegeldicke immer zahlreicher und schärfer werden, und bemerkt schließlich die erstaunliche Zahl der Interferenzlinien bei ganz dicken Spiegeln (bei dem dicksten Spiegel, der überhaupt ausgemessen wurde [1735 \AA], sind 35 Interferenzlinien vorhanden). Die in den Photogrammen stehenden Zahlen geben an, das wievielte Maximum das mit dem Pfeil bezeichnete ist. Es ist nämlich nicht immer das erste sichtbare Maximum auch das erste vorhandene. Vielmehr überlagern sich die ersten Interferenzen dem steil abfallenden Teil an der Grenze der Totalreflexion.

II. Genauigkeit der Auswertung

1. Wägung

Da Nickel gewöhnlich ferromagnetisch ist, war in erster Linie zu prüfen, ob eine Wechselwirkung zwischen dem Feld der Kompensationsspule und den Nickelschichten vorhanden war. Dies konnte sehr einfach durch Entfernung des Magneten von der Waage untersucht werden. Dabei zeigte sich, daß die Nickelniederschläge paramagnetisch waren und somit die Wägung durch die Anwesenheit der Nickelspiegel nicht gefälscht wurde.

Die Empfindlichkeit der Waage konnte zu $5 \cdot 10^{-7} \text{ g}$ pro 1 mm Skalenausschlag bestimmt werden. Der Bereich um die Nullage, innerhalb dessen die Waage bei mehrmaligem Anstoßen zu Schwingungen einspielte, betrug maximal $\pm 2 \text{ Skt.}$ Für eine Gewichtsplatte von $20 \times 20 \text{ mm}^2$ Fläche entsprach somit die Genauigkeit der Waage, berechnet unter Zugrundelegung eines um 25% geringeren spezifischen Gewichtes, einer Nickelschichtdicke von $\pm 3,8 \text{ \AA}$.

Die größte Unsicherheit in der Gewichtsbestimmung rührt von der Eichung der Waage her. Die Eichgewichte selbst

waren auf $0,5\%$ genau bekannt, bei den auf der S. 385 erwähnten Kontrolleichungen ergab sich ein mittlerer Fehler von 1% in den Werten für den Kompensationsstrom. Das verwendete Meßinstrument hatte zusammen mit seinen Nebenwiderständen zur Erweiterung des Meßbereiches einen Fehler im Endausschlag von $0,3\%$. Somit kann die Genauigkeit der Gewichtsbestimmung zu 2% angegeben werden.

2. Interferenzen

Bei der Auswertung der Interferenzen macht sich neben dem Korn der Röntgenfilme die Erscheinung störend bemerkbar, daß sich die Interferenzen mit kleinen Gangunterschieden, die sich dem steil abfallenden Teil der Reflexionskurve an der Grenze der Totalreflexion überlagern, durch diese Überlagerung gegen das Gebiet der Totalreflexion zu verschieben. Wenn es die Zahl der Interferenzen erlaubt, ist es deshalb zweckmäßig, die ersten Linien für die Auswertung nicht zu verwenden. Sind vielleicht nur zwei Interferenzen auf der Aufnahme gut ausgeprägt, so kann man daraus die Dicke und den Brechungsindex überhaupt nicht mehr mit genügender Genauigkeit bestimmen (Nr. 173 in Fig. 6). Es hat sich jedoch gezeigt, daß man auch bei sehr dünnen Spiegeln eine genügende Zahl von Interferenzen erhalten kann.

Eine Unsicherheit der Auswertung liegt ferner in der Zuordnung des einer Linie zukommenden Gangunterschiedes, ausgedrückt durch die Ordnungszahl m . Man könnte sie durch Kombination von drei Interferenzen eliminieren, jedoch wird dann die Auswertung sehr ungenau. Es wurde deshalb prinzipiell so verfahren, daß einer Linie eine bestimmte Ordnungszahl zugeschrieben und mit dieser Zuordnung das Interferenzbild durchgerechnet wurde. War die Ordnungszahl richtig gewählt, so ergaben die einzelnen Kombinationen der Interferenzlinien stets den gleichen Wert für die Dicke oder schwankten aus den oben angegebenen Gründen in einem kleinen Bereich um den Mittelwert. War dagegen die Ordnungszahl zu klein oder zu groß gewählt, so zeigten die einzelnen Dickenwerte neben Unregelmäßigkeiten, die mit der Reihenfolge der Linienkombinationen zusammenhängen und weiter keine Bedeutung haben, auch einen ausgeprägten Gang in der einen oder anderen Richtung. Diese Erscheinung macht bei kleinen und mittleren Schichtdicken eine eindeutige Zuordnung möglich.

In Fig. 7a und b wurden für zwei Spiegel, von denen der eine (Nr. 127) einen sehr kleinen Fehler in der Auswertung ergab, der andere (Nr. 167) einen verhältnismäßig größeren (vgl. hierzu die entsprechenden

Daten in der Tab. 1, S. 391), die Einzelwerte der Dicken für die als richtig gefundene Zuordnung, ferner für die nächst höhere und die nächst niedrigere ($m+1$ und $m-1$) eingetragen. Man sieht, daß kein Zweifel über die Richtigkeit der Zuordnung bestehen kann. Anders ist es bei sehr dicken Spiegeln mit eng aufeinanderfolgenden, zahlreichen Linien (Nr. 124, 1735 ÅE), wie aus Fig. 7c zu sehen ist. Hier muß man sich

so helfen, daß man diejenige Zuordnung als die richtige ansieht, bei welcher die einzelnen Dickenwerte den kleinsten mittleren Fehler ergeben. So zeigt z. B. die Interferenzaufnahme 124 für die Zuordnung m einen mittleren Fehler von 5,4 ÅE, für $m+1$ 7,2 ÅE und für $m-1$ 9,4 ÅE.

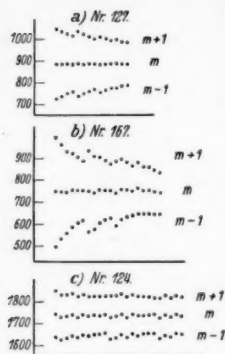


Fig. 7. Zuordnung der Interferenzlinien

Wie die Ergebnisse, die in den nächsten Abschnitten wiedergegeben werden, zeigen, konnten die Interferenzaufnahmen in dem Dickenbereich, um den es sich in dieser Arbeit handelt, mit großer Genauigkeit ausgewertet werden. Die mittleren Fehler liegen zwischen 0,1 und 0,8 % bei der Dickenbestimmung. Der Fehler in der Dichtenbestimmung beträgt also im Mittel 2,5 %. Bei der Berechnung des Brechungskoeffizienten sind die mittleren Fehler etwas größer, was in dem Berechnungsverfahren begründet ist. Die Fehler bewegen sich hier zwischen 0,3 und 1,8 %.

III. Ergebnisse und ihre Diskussion

1. Dichte

Bei diesen Messungen sollte der wahre Wert der Dichte dünner Schichten untersucht und festgestellt werden, ob die Abweichung der Dichte vom normalen Wert abhängt von der *Dicke* und von der *Aufdampfgeschwindigkeit*. Auf die Ursache der Dichteabweichung (veränderte Gitterkonstante, lockeres Gefüge der Kristallite) wurde dabei nicht eingegangen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Tab. 1 zusammengestellt. Die Verdampfungsgeschwindigkeit ist darin angegeben als die Metallmasse (in 10^{-6} g), die je Minute auf der Gewichtsplatte niedergeschlagen wurde. Die Gewichte der Schichten sind bereits nach dem auf S. 380 angeführten Verfahren korrigiert; sie beziehen sich also auf gleichmäßig dicke Schichten von der Dicke, wie sie aus den Röntgeninterferenzen berechnet wurde.

Tabelle 1

1	2	3	4	5	6	7	8
Spiegel	Verdampfungs- geschwin- digkeit	Ge- wicht	Dicke d	Dichte ϱ	Ab- weichung vom nor- malen Wert	Brechungs- koeffizient δ	δ/ϱ
Nr.	10^{-6} g/min	10^{-6} g	$\text{\AA} \text{E} \pm$	g/cm^3	in %	$10^{-6} \pm 0$	10^{-6}
128	2,82	93	380	6,25	29	16,55	08
172	5,22	104,5	398 1	6,71	23,8	16,45	08
169	0,61	122,5	556 1	5,63	36	16,76	13
130	7,60	152	571 1	6,95	21,1	19,03	09
171	1,85	148	638 1	5,87	33,3	14,47	12
168	9,34	187	727 6	6,42	27	17,41	31
166	2,76	193	736 3	6,65	24,4	17,10	13
167	7,20	216	751 6	7,32	16,8	19,02	27
120	3,31	198,5	769 2	6,68	24,1	16,47	10
127	6,20	247,5	886 1	7,12	19,1	18,64	09
162	9,84	256	959 7	6,88	21,8	19,04	12
164	1,63	260,5	1001 4	6,60	25	18,61	07
160	2,62	262	1008 3	6,64	24,6	17,63	21
170	15,58	311,5	1100 5	7,13	18,9	18,59	17
125	4,78	392	1452 9	6,93	21,2	18,11	13
124	4,52	475	1735 5	6,90	21,6	17,90	13

Man sieht, es kommen Abweichungen von der normalen Dichte ($8,8 \text{ g/cm}^3$) vor in einem Bereich zwischen 17 und 36% .

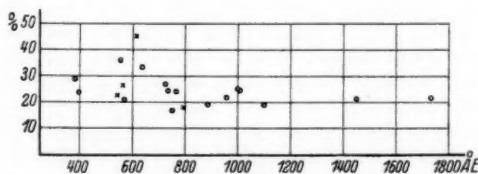


Fig. 8. Abweichung der Dichte vom normalen Wert in Abhängigkeit von der Schichtdicke

In Fig. 8 sind die in der Tabelle aufgeführten Einzelergebnisse wiedergegeben. Von den mit Kreuzen eingezeichneten Punkten wird später (S. 399) die Rede sein. Eine Abhängigkeit der Dichteabweichungen von der Schichtdicke ist bei dem vorliegenden Dickenbereich nicht eindeutig zu erkennen. Mit Sicherheit ergibt sich, daß die Dichten im Durchschnitt um 20—25% kleiner sind als die normalen Werte.

Die Streuung der Einzelwerte kann auf verschiedene Ursachen zurückgeführt werden. Zunächst ist es denkbar,

daß sich je nach den Herstellungsbedingungen (Verdampfungs-
geschwindigkeiten) ein mehr oder weniger lockeres kristallines
oder amorphes Gefüge bildet. Daß amorphe Schichten durch-
aus möglich sind, lassen neuere Arbeiten von Zahn und
Kramer¹⁾ vermuten; auch im Zusammenhang mit dieser Arbeit
wurden Kristallstrukturuntersuchungen nach dem Debye-Ver-
fahren durchgeführt mit einem Ergebnis, welches auf einen
amorphen Zustand schließen läßt. Weiter können die Streu-
ungen bedingt sein durch geringe Gaseinlagerungen. Darauf
wird im Zusammenhang mit den Widerstandsmessungen und
dem Brechungskoeffizienten eingegangen werden.

Ob die Verdampfungsgeschwindigkeit einen Einfluß auf
die Dichte hat, konnte nicht mit Sicherheit festgestellt werden,

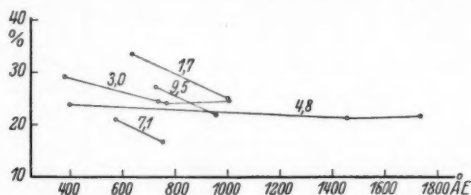


Fig. 9. Abweichung der Dichte vom normalen Wert in Abhängigkeit
von der Schichtdicke und der Verdampfungsgeschwindigkeit
(Parameter in 10^{-6} g/min)

wenigstens nicht in dem Bereich, innerhalb dessen die Ver-
dampfungsgeschwindigkeit variiert werden konnte. Dieser Be-
reich war deshalb verhältnismäßig klein, weil große Verdamp-
fungsgeschwindigkeiten eine zu starke Heizung der Nickel-
drähte bedingt hätten; diese brennen dabei in kurzer Zeit durch.
In Fig. 9 sind einige in der Tabelle angeführten Werte ein-
gezeichnet (als Abszissen sind die Schichtdicken, als Ordinaten
die Abweichungen der Dichte in % aufgetragen), wobei die-
jenigen Punkte durch gerade Linien miteinander verbunden
sind, welche ungefähr gleichen Verdampfungsgeschwindigkeiten
entsprechen. Letztere sind als Parameter eingetragen und
bedeuten 10^{-6} g/min. Man kann aus der Figur erkennen,
daß jedenfalls die Tendenz besteht, daß die Abweichung der
Dichte vom normalen Wert mit zunehmender Dicke kleiner
wird. Bezüglich der Abhängigkeit von der Verdampfungs-
geschwindigkeit ist zu erkennen, daß bei gleicher Schichtdicke

1) H. Zahn u. J. Kramer, *Naturwiss.* **20**. S. 792. 1932; *Ztschr.*
f. Phys. **86**. S. 413. 1933; J. Kramer, *Ann. d. Phys.* **19**. S. 37. 1934.

wohl kleineren Verdampfungsgeschwindigkeiten größere Dichteabweichungen entsprechen; doch scheint diese Abhängigkeit nicht eindeutig zu sein, denn es kommt vor, daß sich die Linien überschneiden, ferner fallen die beiden Punkte mit der größten Verdampfungsgeschwindigkeit ($9,5 \cdot 10^{-8}$ g/min) vollständig aus der Reihe.

2. Spezifischer Widerstand

Widerstände über 10^4 Ohm wurden durch gewöhnliche Strom-Spannungsmessungen ermittelt, solche unter 10^4 Ohm mit Hilfe einer Wheatstoneschen Brücke. Nachdem man sich zuerst davon überzeugt hatte, daß die unbestäubte Widerstandsplatte keine meßbare Leitfähigkeit aufwies, wurde kurze Zeit verdampft und nach einer Wartezeit von ungefähr $\frac{3}{4}$ Std. Gewicht und Widerstand gemessen. Dann wurde wieder einige Zeit verdampft und nach abermals $\frac{3}{4}$ Std. gemessen. Dieses Verfahren wurde so lange fortgesetzt, bis entweder genügend dicke Schichten erreicht waren oder die Drähte Neigung hatten, durchzubrennen. Variiert wurde nur die Verdampfungsgeschwindigkeit bei den einzelnen Meßreihen, wobei eine Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes nicht festgestellt werden konnte, wenigstens nicht in dem Variationsbereich. Ebenso gaben auch Spiegel gleicher Dicke und gleicher Verdampfungsgeschwindigkeit durchaus nicht denselben spezifischen Widerstand, wie auch die Meßreihen selbst nicht reproduzierbar waren. In Fig. 10 ist dies deutlich zu sehen. Die Dicken wurden dabei aus den Gewichten berechnet unter Zugrundelegung einer um 25% geringeren Dichte ($\rho = 6,6$ g/cm³). Die einzelnen Meßpunkte sind nicht eingezeichnet, um das Bild nicht zu unübersichtlich zu machen; sie liegen im allgemeinen vollkommen auf den Kurvenzügen. Aus dem gleichen Grunde ist nur ein Teil der aufgenommenen Meßreihen gezeichnet.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, daß eine elektrische Leitfähigkeit noch bei äußerst dünnen Schichten nachgewiesen werden konnte. So war der Widerstand einer 25 ÅE dicken Schicht (berechnet für eine um 25% geringere Dichte des Niederschlags) $4 \cdot 10^{11}$ Ohm, was einem spezifischen Widerstand von $8,8 \cdot 10^4$ Ohm cm entsprach. Der normale spezifische Widerstand von Nickel beträgt $7 \cdot 10^{-6}$ Ohm cm. Der gemessene spezifische Widerstand war somit um den Faktor 10^{10} größer.

Der qualitative Verlauf der Kurven stimmt mit den Ergebnissen überein, die bisher von anderen Autoren immer

wieder gefunden wurden: starker Anstieg des spezifischen Widerstandes bei Schichtdicken, welche kleiner sind als ungefähr 4–500 ÅE. Der Endwert, dem der spezifische Widerstand bei größeren Schichtdicken zustrebt, ist aber immer noch 35–40mal größer als sein Normalwert. Dies hängt wohl damit zusammen, daß die Schichten nicht gealtert waren.

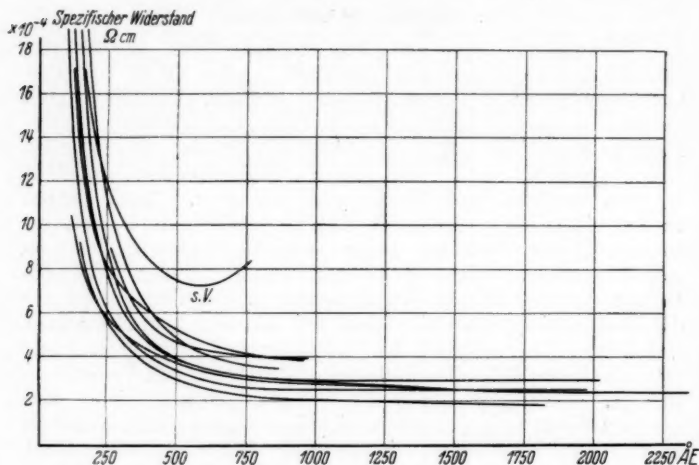


Fig. 10. Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Schichtdicke

Eine künstliche Alterung durch Erhitzung war aus meßtechnischen Gründen nicht gut möglich. Aus Arbeiten von Ingersoll¹⁾ ist aber zu entnehmen, daß (durch Kathodenzerstäubung hergestellte) Nickelschichten nach Erhitzung auf 300–400° C eine starke Widerstandsabnahme erfahren, so daß damit wohl der normale Wert des spezifischen Widerstandes angenähert erreicht wird.

Daß die Widerstandskurven nicht reproduzierbar waren, kann ebenso wie die Streuung bei den Dichtewerten auf geringe Gaseinlagerungen in den Schichten zurückgeführt werden. Denn wenn auch die Vakuumeinrichtung denkbar gut ist, so wird doch während der Verdampfung in erster Linie von den Nickeldrähten selbst, trotz ihrer vorhergegangenen Ausheizung, und

1) L. R. Ingersoll, *Phys. Rev.* **26**. S. 86. 1925; **32**. S. 649. 1928; **34**. S. 972. 1929.

von den warm werdenden Metallteilen Gas abgegeben. Es ist selbstverständlich, daß diese Gasabgabe von Versuch zu Versuch verschieden sein kann. Die Folge davon ist, daß die Werte des spezifischen Widerstandes in einem bestimmten Bereich variieren.

Um den Einfluß starker Gaseinlagerung auf den Wert des spezifischen Widerstandes zu erkennen, wurde eine Meßreihe mit absichtlich schlechtem Vakuum aufgenommen. Dabei wurde während der Verdampfung weder die Pumpe noch die Absorptionskohle im Betrieb gelassen. Zum Schluß wurde Luft eingelassen (~ 10 mm Hg). Die so erhaltene Widerstandskurve ist in Fig. 10 aufgenommen und mit s. V. (schlechtes Vakuum) bezeichnet worden. Man sieht, daß die Kurve viel höher liegt als die anderen und erkennt im besonderen den erneuten Anstieg des spezifischen Widerstandes beim Verdampfen in Luft.

3. Brechungskoeffizient

In Tab. 1, S. 391, wurden die berechneten δ -Werte mitgeteilt. In Spalte 8 dieser Tabelle sind diese Werte noch durch die dazugehörige Dichte dividiert.

Es interessiert jetzt natürlich ein Vergleich mit der Theorie. Der Brechungskoeffizient ergibt sich nach der Dispersionstheorie von Kramers, Kallmann, Mark und Kronig aus der Dispersionsformel

$$\frac{\delta}{\lambda^2} = \frac{e^2}{2\pi mc^2} \frac{Lq}{M} \sum_{i=K,L,M,\dots} Z_i \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_i} \right)^2 \ln \left[1 - \left(\frac{\lambda_i}{\lambda} \right)^2 \right] \right\}.$$

Die Summe ist zu erstrecken über die einzelnen Atomschalen ($i = K, L, M$ usw.). Dementsprechend bedeutet auch λ_i die Wellenlänge der Absorptionskante der einzelnen Schalen und Z_i die Zahl der Elektronen jeder Schale (Oszillatorenstärke). Ferner stellt λ die Wellenlänge dar, auf die sich der Brechungskoeffizient bezieht, L ist die Loschmidtsche Zahl, M das Molekulargewicht, e und m sind Ladung und Masse eines Elektrons, c ist die Lichtgeschwindigkeit.

Nach dieser Formel wurde die Abhängigkeit des Brechungskoeffizienten von der Dichte für die $\text{Cu } K\alpha_1$ -Linie, $\lambda = 1,537$ ÅE, berechnet und in Fig. 11 eingezeichnet. Die ausgezogene Gerade gilt für eine Oszillatorenstärke der K -Elektronen $Z_K = 1,9$, wie sie sich aus experimentellen Arbeiten von Prins¹⁾ und theoretischen Überlegungen von Kronig und Kramers²⁾ er-

1) J. A. Prins, Ztschr. f. Phys. 47. S. 479, 1928.

2) R. de L. Kronig u. H. A. Kramers, Ztschr. f. Phys. 48. S. 174. 1928.

gaben, die gestrichelte Gerade gibt im Vergleich dazu den Verlauf für $Z_K = 2$ wieder. In der Figur sind außerdem die aus den Röntgeninterferenzen berechneten Werte des Brechungskoeffizienten eingetragen. Die mit Kreuzen versehenen Meßpunkte kommen später (S. 399) zur Sprache.

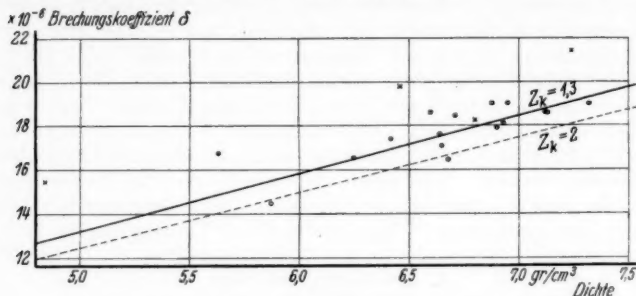
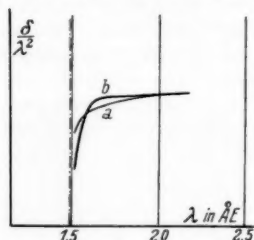


Fig. 11. Brechungskoeffizient $\delta = 1 - n$.
Die geraden Linien geben den theoretischen Verlauf
für zwei verschiedene Oszillatorenstärken wieder

Man sieht, daß die gemessenen Werte starke Abweichungen von den theoretisch zu erwartenden Werten haben. Nach der Theorie muß δ/ρ konstant sein. Das Mittel aller experimentellen δ/ρ -Werte, berechnet aus Spalte 8 der Tab. 1, ergibt $2,66 \cdot 10^{-6}$. Die Theorie fordert $2,58 \cdot 10^{-6}$. Jedoch ist hierzu eine Bemerkung zu machen. Es ist nämlich zu beachten, daß die Theorie den experimentellen Verlauf der Dispersionskurve in einiger Entfernung von der Absorptionskante qualitativ wohl richtig wiedergibt und daß quantitativ eine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gefunden wird, wenn die Oszillatorenstärke eines K -Elektrons kleiner als 1 (also etwa gleich 0,65) angenommen wird. In der Nähe der K -Kante jedoch — und in diesem Bereich wurde im vorliegenden Fall tatsächlich gearbeitet — zeigt die experimentell gefundene Dispersionskurve einen anderen Verlauf, als ihn die Theorie erwarten läßt: von größeren Wellenlängen kommend macht die experimentelle Kurve in der Nähe der K -Kante einen stärkeren Knick und verläuft dann steiler als die theoretische Kurve (Fig. 12)¹⁾. Die Theorie gibt also den Verlauf der Dispersionskurve in unmittelbarer Nähe der Absorptionskante nicht

1) A. Larrson, Dissertation Upsala 1929 (vgl. auch M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen); H. Kiessig, *Ann. d. Phys.* 10. S. 715. 1931.

richtig wieder. Korrigiert man den Verlauf der theoretischen Kurve nach der experimentellen, so ergibt sich ein theoretischer δ/ρ -Wert von $2,4 \cdot 10^{-6}$. Damit liegen aber der experimentelle Mittelwert von δ/ρ und sämtliche Einzelwerte über dem theoretischen Wert; das gleiche gilt dann auch von den δ -Werten selbst.



Verlauf der Dispersionskurve in der Nähe der K-Absorptionskante.

Strichpunktiert: Absorptionskante;

Kurve a: theoretischer Verlauf;

Kurve b: experimenteller Verlauf nach Kiessig

(beide Kurven sind am rechten Ende zur Deckung gebracht).

Fig. 12

Die Streuung um eine Gerade, welche die Abhängigkeit des Brechungskoeffizienten von der Dichte darstellt, ließ hier zuerst den Verdacht auftreten, ob nicht irgendwelche Gaseinschlüsse in der Schicht dafür verantwortlich gemacht werden müssen. Nahegelegt wurde diese Vermutung durch Erscheinungen bei verschiedenen Interferenzaufnahmen, die im folgenden kurz mitgeteilt werden sollen.

Wenn ein Spiegel nicht durch einmaliges, sondern durch etappenweises Verdampfen hergestellt wurde (was z. B. erforderlich war, um einen Niederschlag bestimmter Dicke zu erhalten), so kam es vor, daß die Interferenzlinien auffallend wechselnde Intensitäten zeigten. In Fig. 13 sind zwei derartige Aufnahmen wiedergegeben. Bei der einen Aufnahme (Nr. 162) kommen abwechselnd starke und schwache Linien in gleichem Abstand vor, bei der anderen (Nr. 174) ist das Interferenzbild viel komplizierter: eine Linie fällt ganz aus (auf dem Photogramm ist diese Stelle durch einen Pfeil kenntlich gemacht), die eigentlich nach der Reihenfolge der Linien zu schließen, intensiv sein müßte; trotzdem ist die auf die Lücke folgende Linie wieder relativ stark.

Man kann sich diese Erscheinung nur so erklären, daß zwischen den einzelnen Teilschichten, die während der jeweiligen Verdampfungsetappen gebildet werden, irgendwie Trennungsschichten vorhanden sind. Der Effekt ist dann der, daß sowohl die gesamte Schicht als auch die einzelnen Teilschichten Interferenzbilder liefern, die sich überlagern und so die erhaltenen Intensitätsverhältnisse ergeben.

Diese Erklärung wurde nahegelegt durch die erste Aufnahme von Fig. 13 (Nr. 162). Dieser Spiegel wurde in zwei Etappen von fast gleichen Niederschlagsmengen erhalten, bestand also aus zwei fast gleich dicken Teilschichten. Tatsächlich ließ sich das Interferenzbild unter dieser Annahme vollständig berechnen.

Über das Zustandekommen der erwähnten Trennungsschichten genauere Aussagen zu machen ist unzweckmäßig.

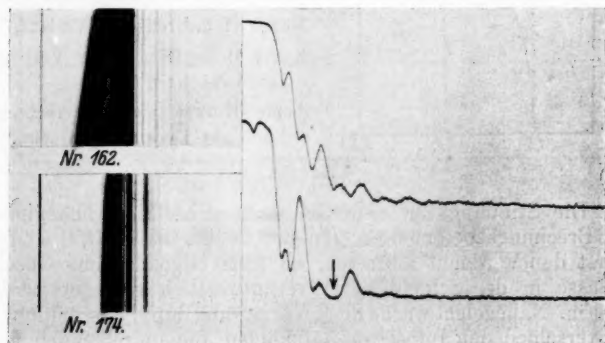


Fig. 13. Interferenzerscheinungen an „geschichteten“ Niederschlägen

Es wäre denkbar, daß Veränderungen in der Struktur dafür verantwortlich sind. Man kann aber auch annehmen, daß bei längerer Verdampfung verschiedene Teile der Apparatur (Heiztische) warm werden und etwas Gas abgeben. Dies bedeutet, daß sich der Gasgehalt der Schicht mit der Zeit ändert. Beim Aufdampfen einer zweiten Schicht wiederholt sich dieser Vorgang, wobei also jetzt an die Oberfläche der schon vorhandenen Schicht eine zweite anschließt mit anderem Gasgehalt und damit auch mit anderer Dichte. Diese ändert sich zwischen den beiden Teilschichten sprunghaft um einen kleinen Betrag, was dann auch einen Sprung im Brechungsindex zur Folge hat. Dadurch wird es möglich, daß die Teilschichten optisch in Erscheinung treten.

Über die Größe der Dichteänderung kann man Aufschluß bekommen, wenn man das Interferenzbild mit Hilfe der Fresnelschen Gleichungen berechnet und in Beziehung setzt zu den tatsächlichen Intensitätsverhältnissen, wie sie im Interferenzbild vorliegen. Dabei kann die Trennungsschicht sowohl

als „optisch dichteres“ als auch als „optisch dünneres Medium“ wirken. Demzufolge lieferte auch die Rechnung, die an Spiegel Nr. 162 durchgeführt wurde, für den Sprung des Brechungskoeffizienten die beiden Werte $\Delta \delta_1 = + 0,7 \cdot 10^{-6}$ (optisch dichter) und $\Delta \delta_2 = - 2,6 \cdot 10^{-6}$ (optisch dünner). Der Brechungskoeffizient der Schicht selbst war $\delta = 19,04 \cdot 10^{-6}$. Daraus ergibt sich für die Änderung der Dichte an der Trennungsschicht 3,8 bzw. 13,6%.

Es ist klar, daß solche Gaseinlagerungen auch bei den anderen Spiegeln in verschiedenem Maße vorhanden waren. Im Interferenzbild konnten sie sich jedoch nicht zeigen, weil sich wegen der kontinuierlichen Herstellungsweise der Schichten diese Einlagerungen nicht sprunghaft änderten.

IV. Abgeänderte Versuchsbedingungen

Nach diesen Ergebnissen interessiert jetzt die weitere Frage, welchen Einfluß auf die absoluten Größen von Dichte und Brechungsindex die obenerwähnten Gaseinlagerungen haben.

Aus diesem Grunde wurde eine neue Verdampfungsapparatur gebaut, bei der so gut es ging alles Metall vermieden wurde, das wegen Erwärmung Gas abgeben konnte. Die Nickeldrähte wurden zwischen ausgeheizten Drahtschlingen, welche in Glas eingeschmolzen waren, ausgespannt, die Umgebung der Drähte durch spiegelblankes Kupferblech vor Erwärmung geschützt. Ferner wurde unmittelbar an das Bestäubungsgefäß zwei weitere Glastaschen mit Absorptionskohle angeschlossen, so daß jetzt also neben der Diffusionspumpe 3 Gefäße mit Absorptionskohle in Tätigkeit waren. Durch beide Veränderungen wurde das Vakuum während der Verdampfung wesentlich verbessert, so daß damit auch mit einer geringeren Gasbelastung der Schichten zu rechnen war.

Die Ergebnisse, die mit dieser Anordnung erhalten wurden, sind in Tab. 2 zusammengestellt. Die neuen Meßpunkte sind in den Figg. 8, S. 391 (Dichteabweichung) und 11, S. 396 (Brechungskoeffizient) als Kreuze eingetragen. Man sieht, daß diese Nickelniederschläge praktisch die gleichen Dichteabweichungen haben wie die übrigen Spiegel. Nur ein Spiegel, der allerdings mit einer extrem kleinen Verdampfungsgeschwindigkeit (10 bis 25mal kleiner als bei den anderen Spiegeln) hergestellt wurde, fällt aus der Reihe heraus mit einer um 45% kleineren Dichte. Anders ist das Ergebnis bezüglich des Brechungskoeffizienten: Sämtliche neu hinzugekommenen δ -Werte sind größer als es die Theorie für die betreffenden Dichten

erwarten läßt. Die Abweichungen betragen 20,8, 16,3, 1,7 und 12,1 %.

Tabelle 2

1	2	3	4	5	6	7	8
Spiegel	Verdampfungs- geschwin- digkeit	Gewicht	Dicke	Dichte	Ab- weichung vom normalen Wert in %	Brechungs- koeffizient δ	δ/ϱ
Nr.	10^{-6} g/min	10^{-6} g	\AA \pm	g/cm^3		10^{-6} ± 0	10^{-6}
181	2,21	144,5	542 2	6,80	22,7	18,25 19	2,68
180	5,17	142	565 3	6,46	26,6	19,80 13	3,06
177	0,21	118,5	616 1	4,84	45,0	15,46 07	3,19
182	2,62	225	796 1	7,24	17,7	21,41 05	2,96

V. Folgerungen

Das vorliegende Gesamtbild der Ergebnisse kann folgendermaßen gedeutet werden.

Für die kleinere Dichte der Niederschläge und für die Streuung der Einzelwerte in einem bestimmten Bereich unabhängig von der Schichtdicke sind verschiedene Ursachen denkbar. Einmal können die Schichten *amorph* oder *kristallin* niedergeschlagen werden. Bei den amorphen Schichten besteht die Möglichkeit, daß sie unter dem Einfluß der Temperatur während der Herstellung ganz oder teilweise auskristallisieren. Die Folge davon ist, daß einerseits amorpher und kristalliner Zustand nebeneinander bestehen und andererseits sich Hohlräume zwischen den Kristalliten bilden, welche zu einem lockeren Gefüge der Schichten führen. Weiter muß angenommen werden, daß geringe Gaseinlagerungen in die Schichten während ihrer Herstellung stattfinden. Dadurch wird wiederum ein lockeres Gefüge der Schichten bedingt, außerdem kann dies die Ursache sein für eine Vergrößerung der Gitterkonstante der Kristallite. Das Zusammenwirken aller dieser Faktoren kann sich von Schicht zu Schicht ändern, so daß sich dadurch nicht nur der kleinere Wert der Dichte, sondern auch der Streubereich erklärt.

Das Gesagte macht es auch verständlich, warum die Meßreihen bei der Untersuchung des spezifischen Widerstandes nicht reproduzierbar waren.

Dagegen machen es diese Erklärungsmöglichkeiten nicht verständlich, warum die Werte des Brechungskoeffizienten nicht mit der Theorie übereinstimmen. Man sollte eine Übereinstimmung erwarten, da ja die Dichte des dispergierenden Nieder-

schlages, die in die Berechnung des theoretischen Brechungskoeffizienten eingeht, durch Messung bekannt ist und da es außerdem in der Dispersionsformel nur noch auf das Verhältnis Ordnungszahl/Molekulargewicht ankommt. Dieses Verhältnis ist aber für Nickel und für das möglicherweise eingelagerte Gas praktisch gleich $\frac{1}{2}$.

Man kann für diese Diskrepanz eine Erklärung geben, wenn man annimmt, daß die Schichten dann, wenn sie aus dem Vakuum entfernt werden, große Mengen Gas oder Luft absorbieren. Dadurch wird einerseits die bereits gemessene Dichte geändert, andererseits tragen die absorbierten Gase merklich zur Brechung der Röntgenstrahlen bei. Diese nachträgliche Gasaufnahme wird verschieden stark sein je nach der bereits bei der Herstellung der Schichten erfolgten Gasbeladung. Auf diese Weise wird es verständlich, daß die experimentellen Werte über den theoretischen liegen und daß sie außerdem in einem bestimmten Bereich schwanken.

In diesem Zusammenhang interessiert die Frage, wieviel Luft oder Gas von einem Spiegel nachträglich aufgenommen werden muß, um Vergrößerungen des Brechungskoeffizienten zu ergeben, wie sie aus Abb. 11 zu ersehen sind. Für Spiegel Nr. 180 (Tab. 2) ist die Absorption berechnet worden. Aus der Dispersionsformel (S. 395) folgt für leichtatomige Elemente (Ordnungszahl/Molekulargewicht = $\frac{1}{2}$) und die $\text{Cu K}\alpha_1$ -Linie

$$\delta = 3,2 \cdot 10^{-6} \rho.$$

Der experimentelle δ -Wert von Spiegel Nr. 180 war $19,80 \cdot 10^{-6}$, der theoretische Wert ($Z_K = 1,3$) ist $17,00 \cdot 10^{-6}$. Die Differenz muß der Wirkung des absorbierten Gases zugeschrieben werden. Also ist

$$2,80 \cdot 10^{-6} = 3,2 \cdot 10^{-6} \rho$$

und

$$\rho = 0,9 \text{ g/cm}^3.$$

Nimmt man nun z. B. Sauerstoff als eingelagertes Gas an, so folgt aus den bekannten Molekulargewichten und Dichten, daß bei diesem Spiegel auf 4 Nickelatome 1 Sauerstoffmolekül trifft.

Für einen anderen Spiegel, der unter normalen Versuchsbedingungen hergestellt worden war (Nr. 164, Tab. 1), ergibt die Rechnung, daß auf etwa 10 Nickelatome 1 Sauerstoffmolekül trifft.

Die Annahme einer nachträglichen Gasabsorption gibt somit eine plausible Erklärung für die Abweichungen und Streuungen, wie sie die Messungen des Brechungskoeffizienten

aufweisen, und führt ferner zu zwar sehr hohen, jedoch nicht unmöglichen Zahlenwerten für den Betrag der Gaseinlagerung.

Es ist noch eine Bemerkung zu machen in bezug auf die kurzwellige Seite der Absorptionskante. Die Untersuchungen von Kiessig führten zu dem Ergebnis, daß für zwei Wellenlängen, die in entsprechender Entfernung zu beiden Seiten der Absorptionskante liegen ($\text{Fe } K\alpha$,-Linie, $\lambda = 1,932 \text{ \AA}$, und $\text{Au } L\beta_1$,-Linie, $\lambda = 1,081 \text{ \AA}$; die Absorptionskante liegt bei $\lambda = 1,484 \text{ \AA}$), das Verhältnis der beiden δ/λ^2 -Werte gleich 1,017 wird. Die Theorie liefert 1,073. Die röntgenoptische Wirkung eingelagerten Gases beruht nun darauf, daß pro Kubikzentimeter, bezogen auf eine gleichbleibende Anzahl von K -Elektronen des Metalles (diese sind dafür verantwortlich, daß obiges Verhältnis von 1 verschieden ist), mehr Dispersionselektronen vorhanden sind als im reinen Metall. Dies hat, wie man sich an Hand der Dispersionsformel (S. 395) leicht überlegen kann, zur Folge, daß der theoretische Wert des obigen Verhältnisses kleiner wird. Rechnet man nun die Kiessigschen Ergebnisse diesbezüglich durch, so erhält man unmöglich hohe Werte für die Gaseinlagerung. Es ist deshalb anzunehmen, daß noch andere, bis jetzt unbekannte Faktoren bestimmend auf die Dispersion wirken.

VI. Zusammenfassung

Es wurden Messungen der Dichte, der Brechungsindex für Röntgenstrahlen und des spezifischen elektrischen Widerstandes dünner Nickelschichten in Abhängigkeit von der Dicke bzw. der Dichte beschrieben. Der untersuchte Dickenbereich lag zwischen 400 und 1750 \AA bei Dichte und Brechungsindex und ging bis zu 2250 \AA bei den Widerstandsmessungen.

Die Herstellung der Niederschläge erfolgte durch Verdampfung von Nickel im Hochvakuum. Die Dichte wurde ermittelt durch Gewichts- und Dickenbestimmung. Die Gewichtsbestimmung erfolgte im Hochvakuum direkt nach der Herstellung der Spiegel mittels einer Mikrowaage (Empfindlichkeit $5 \cdot 10^{-7} \text{ g}$ pro mm Skt.) nach einer Nullmethode (elektromagnetische Kompensation). Die Dicken der Schichten wurden mittels einer röntgenoptischen Interferenzmethode erhalten, welche gleichzeitig den Brechungsindex lieferte. Auch der spezifische Widerstand wurde im Vakuum gemessen, ohne daß die Schichten vor der Messung mit Luft in Berührung kamen.

Es konnte festgestellt werden, daß die Dichten durchschnittlich 20–25% kleiner sind als normal. Die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Dicke zeigte quali-

tativ den von anderen Arbeiten her bekannten Verlauf; sein Endwert ergab sich ungefähr 35mal größer als normal. Die Werte des Brechungskoeffizienten δ ($= 1 - n$) lagen höher als es die Dispersionstheorie erwarten läßt; einzelne Werte, die unter besonderen Versuchsbedingungen erhalten wurden, zeigten Abweichungen bis zu 15%.

Für die kleineren Werte der Dichte können verschiedene Ursachen bestehen. Sie können durch eine größere Gitterkonstante oder durch ein lockeres Kristallitgefüge bedingt sein. Die hohen δ -Werte wurden zurückgeführt auf starke Gas-(Luft)-Absorption der Schichten nach deren Entfernung aus dem Vakuum. Die Rechnung ergab bei zwei Spiegeln, daß dabei 1 Luftmolekül auf 4 bis 10 Nickelatome trifft.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule ausgeführt. Ich bin dem Vorstand des Institutes, Herrn Geheimrat Dr. J. Zenneck, für die Bereitstellung der Hilfsmittel und Instrumente, die zu der Arbeit nötig waren, zu großem Dank verpflichtet. Herr Professor Dr. H. Kulenkampff gab die Anregung zu der Arbeit. Ihm möchte ich auch an dieser Stelle meinen ganz besonderen Dank aussprechen für seine ständige Bereitschaft, mir bei allen experimentellen und theoretischen Überlegungen in so reichem Maße behilflich zu sein. Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft danke ich für die Überlassung der Hochspannungsanlage.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule. März 1934.

(Eingegangen 11. Mai 1934)

Über die Bremsstrahlung schneller Elektronen**Von Fritz Sauter**

In einer früheren Arbeit¹⁾ konnte gezeigt werden, daß sich die wellenmechanische Berechnung des kontinuierlichen Röntgenspektrums relativ einfach gestaltet, wenn man das gebremste Elektron statt durch seine strengen Eigenfunktionen durch modifizierte ebene Wellen (erste Bornsche Näherung) beschreibt. Es ergaben sich auf diese Weise — bei unrelativistischer Rechnung — für den Fall der Bremsung durch einen freien Kern Ausdrücke für die Intensitätsverteilung der Strahlung, die sich von den entsprechenden, streng gültigen Formeln Sommerfelds²⁾ nur um einen frequenz-, nicht aber richtungsabhängigen Faktor unterscheiden. Dieser Faktor ($I, 14$) ist im allgemeinen annähernd gleich 1 und wird nur in der Nähe der kurzwelligen Grenze des Bremsspektrums wesentlich von 1 verschieden, also in dem Spektralbereich, für den die Anwendung der Bornschen Methode ohnehin nicht mehr gerechtfertigt ist.

Es ist naheliegend, die in I entwickelte Methode unter Verwendung der relativistischen Wellenmechanik auch zur Behandlung der Bremsstrahlung sehr schneller Elektronen anzuwenden. Hier, im relativistischen Gebiet, liegen bereits Rechnungen unter Verwendung der Diracfunktionen im Coulombfeld vor. Und zwar hat O. Scherzer³⁾ die Intensitätsverteilung an der kurzwelligen Grenze des Spektrums bestimmt; und über den Intensitätsverlauf im ganzen Spektrum hat A.-W. Maue⁴⁾ Rechnungen angestellt. Es zeigte sich nun, daß die auf Grund der Näherungsmethode gewonnenen Resultate mit denen von Scherzer und Maue ebenfalls übereinstimmen, bis auf den

1) F. Sauter, *Ann. d. Phys.* [5] 18. S. 486. 1933; im folgenden mit *I* zitiert.

2) A. Sommerfeld, *Ann. d. Phys.* [5] 11. S. 257. 1931.

3) O. Scherzer, *Ann. d. Phys.* [5] 13. S. 137. 1932, Schlußabsatz.

4) Ich möchte Herrn Maue auch an dieser Stelle für die freundliche Mitteilung einiger Resultate seiner nicht veröffentlichten Rechnungen danken.

gleichen richtungsunabhängigen Faktor, der schon bei der unrelativistischen Rechnung als Unterschied zwischen den Ergebnissen der angenäherten und der strengen Rechnung auftrat. Hierzu ist jedoch zu bemerken, daß die Rechnungen von Scherzer und Maue ebenfalls nur Näherungsrechnungen sind, da sie sich wegen des komplizierten Baues der Diracfunktionen zur Gewinnung geschlossener Ausdrücke auf die Glieder niedrigster Ordnung in $\alpha^2 Z^2$ beschränken mußten. (α = Feinstrukturkonstante, Z = Ordnungszahl.) Da die in I angegebene Näherungsmethode im wesentlichen ebenfalls eine Entwicklung nach Potenzen von $\alpha^2 Z^2$ darstellt, so ist die oben erwähnte Übereinstimmung der Resultate zu erwarten.

Bei der folgenden Darstellung der relativistischen Durchrechnung des Bremsspektrums können wir uns wegen der weitgehenden Analogie zur unrelativistischen Behandlung eng an die Ausführungen von I anschließen. Auch hier ist die Wahrscheinlichkeit für die Ausstrahlung eines Strahlungsquants $h\nu$ in das Raumwinkelement $d\omega$ infolge der Bremsung eines Elektrons beim Zusammenstoß mit einem Atomkern gegeben durch

$$(1) \quad w d\omega = \frac{e^2 h \nu}{2\pi m^2 c^3} |P_{E, E_0}^{a, s}|^2 d\omega.$$

Im Matricelement tritt an die Stelle des unrelativistischen Geschwindigkeitsoperators $\frac{\hbar}{im}$ grad der relativistische $i c \vec{\gamma}$:

$$(2) \quad P_{E, E_0}^{a, s} = \frac{m c}{\hbar} \int \bar{\psi} (\vec{s} \vec{\gamma}) \psi_0 e^{\frac{i}{\hbar} (q \tau)} d\tau.$$

Hier ist wieder \vec{s} der Einheitsvektor in der Polarisationsrichtung der Strahlung und $q = n \frac{h\nu}{c}$ ihr Impulsvektor. Die Wellenfunktionen im Matricelement (2) sollen, entsprechend dem Näherungsverfahren, als modifizierte ebene Wellen angesetzt werden. Die ungestörten ebenen Wellen schreiben wir in der Form

$$(3) \quad \psi^{\lambda}(p) = \frac{a^{\lambda}(p)}{\sqrt{U}} e^{\frac{i}{\hbar} ((p \cdot v) - E t)}.$$

Dabei denken wir uns zunächst, wie in I, die ganze Anordnung in einen Kasten vom Volumen U eingeschlossen und werden erst später zur Grenze $U \rightarrow \infty$ übergehen. Die Amplitudenfunktionen $a^{\lambda}(p)$ seien so bestimmt, daß

$$(\overline{a^{\lambda}(p)} \gamma_4 a^{\lambda}(p)) = 1$$

wird. Der Index λ numeriert die vier, zu einem bestimmten Wert p des Impulses gehörigen Funktionen mit den Energien $E^\lambda(p)$; es gilt $E^1 = E^2 = E = +\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$, $E^3 = E^4 = -E$. Die durch das Kernfeld mit dem Potential V gestörten Funktionen lauten dann bekanntlich [erste Bornsche Näherung]¹⁾:

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} \psi^\lambda(p) &= \frac{e^{-\frac{i}{\hbar} E t}}{\sqrt{U}} \\ &\cdot \left(a^\lambda(p) e^{\frac{i}{\hbar} (p r)} + \frac{1}{U} \sum_{p', \lambda'} a^{\lambda'}(p') e^{\frac{i}{\hbar} (p' r)} \frac{\overline{(a^{\lambda'}(p') \gamma_\lambda a^\lambda(p))} V(p-p')}{E^\lambda(p) - E^{\lambda'}(p')} \right), \end{aligned} \right.$$

mit der Abkürzung

$$(5) \quad V(p-p') = \int V(r) e^{\frac{i}{\hbar} (p-p', r)} d\tau.$$

Führt man diese Wellenfunktionen in das Matricelement (2) ein und bezeichnet, wie in I , den auf den Kern übertragenen Impuls²⁾ mit

$$(6) \quad \mathfrak{P} = p_0 - p - q,$$

so erhält man

$$(7) \quad P_{E, E_0}^{a, \mathfrak{P}} = \frac{m c}{\hbar} \frac{1}{U h \nu} D V(\mathfrak{P}),$$

mit der (dimensionslosen) Abkürzung

$$(7a) \quad \left\{ \begin{aligned} D &= h \nu \sum_{\lambda'} \left\{ \frac{\overline{(a^\lambda(p) (\vec{s} \vec{\gamma}) a^{\lambda'}(p+q))} (a^{\lambda'}(p+q) \gamma_\lambda a^{\lambda_0}(p_0))}{E^{\lambda_0}(p_0) - E^{\lambda'}(p+q)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\overline{(a^\lambda(p) \gamma_\lambda a^{\lambda'}(p_0-q))} (\overline{a^{\lambda'}(p_0-q) (\vec{s} \vec{\gamma}) a^{\lambda_0}(p_0)})}{E^\lambda(p) - E^{\lambda'}(p_0-q)} \right\}. \end{aligned} \right.$$

Zu summieren ist dabei, wie in (4), über die vier Werte λ' des Zwischenzustandes.

Aus (1) und (7) erhält man die spektrale Intensitätsverteilung $J_\nu d\nu$ in gleicher Weise wie in I : Multiplikation von $w d\omega$ mit $h \nu$ und Division durch $R^2 d\omega$, um den Energiestrom pro Sekunde durch den Quadratcentimeter in der Entfernung R zu erhalten; Normierung der primären Elektronenwelle auf Strom = 1 durch den Faktor U/v_0 ; Multiplikation

1) Die einer elastisch gestreuten, auslaufenden bzw. einlaufenden Welle entsprechenden Beiträge können, wie schon in (I , 4), weggelassen werden, da sie keinen Beitrag zum Matricelement (2) geben.

2) Der Kern soll als beliebig schwer angenommen werden, so daß er beim Bremsprozeß in Ruhe bleibt.

mit der Zahl der Eigenschwingungen zwischen p und $p + dp$ innerhalb des Raumwinkелеlementes $d\Omega$, also mit $\frac{Up^2 dp d\Omega}{h^3}$; und schließlich Integration über alle Richtungen des davonlaufenden Elektrons und Summation über seine beiden Spinrichtungen ($\lambda = 1, 2$), sowie Summation über die beiden Polarisationsrichtungen der Strahlung¹⁾. Geht man jetzt zum lim $U \rightarrow \infty$ über, so erhält man wegen $|p dp| = \frac{Eh}{c^2} d\nu$ für $J_\nu d\nu$ den Ausdruck

$$(8) \quad J_\nu d\nu = \frac{h d\nu}{R^2} \frac{e^2 m^2}{h^4 h c} \frac{v}{v_0} \frac{1}{1 - \beta^2} \int d\Omega \sum_{\lambda, s} |D|^2 |V(\mathfrak{P})|^2.$$

Zur Auswertung dieser Formel ist zunächst die Berechnung des Ausdrucks $\sum_{\lambda, s} |D|^2$ erforderlich. Zu bemerken

ist dabei, daß, wie schon angedeutet, Anfangs- und Endzustand positive Energien besitzen ($\lambda_0, \lambda = 1, 2$), während für die Zwischenzustände sowohl die positiven, wie die negativen Energiezustände in Rechnung gesetzt werden müssen. Wir wollen hier die rein algebraischen Rechnungen übergehen und nur erwähnen, daß sich die Summen über die λ mit Hilfe von Summensätzen für die Amplitudenfunktionen $a^{\lambda}(p)$ ausführen lassen. Man erhält so, nach Summierung über die beiden Polarisationsrichtungen des Lichtes, den Wert

$$(9) \quad \left\{ \sum_{\lambda, s} |D|^2 = \frac{c^2}{4E_0 E} \left\{ \frac{(4E^2 - c^2 P^2) [p_0 n]^2}{(E_0 - c(p, n))^2} + \frac{(4E_0^2 - c^2 P^2) [p n]^2}{(E - c(p, n))^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2(4E_0 E - c^2 P^2) ([p_0 n] [p n])}{(E_0 - c(p_0 n))(E - c(p, n))} + \frac{2(h\nu)^2 [\mathfrak{P} n]^2}{(E_0 - c(p_0 n))(E - c(p, n))} \right\} \right\},$$

der bemerkenswerter Weise nicht mehr von der Spinrichtung des Anfangszustandes abhängt. n bedeutet hier, wie oben, den Einheitsvektor in der Richtung des Lichtstrahls, und \mathfrak{P} den auf den Kern übertragenen Impuls (6).

Um noch die verbleibende Integration über alle Richtungen des auslaufenden Elektrons ausführen zu können, ist die Spezialisierung auf einen bestimmten Potentialansatz notwendig. Wir beschränken uns hier auf den Fall des reinen Coulombfeldes: $V = -\frac{Ze^2}{r}$; dann wird

$$(10) \quad V(\mathfrak{P}) = -\frac{e^2 Z h^2}{\pi P^2}.$$

1) Auf eine Untersuchung der Polarisationsverhältnisse der Strahlung soll hier der Kürze halber verzichtet werden.

Nun lassen sich die Winkelintegrationen in einem geeignet gewählten Koordinatensystem elementar ausführen. Man erhält schließlich folgenden, relativ kompliziert gebauten Ausdruck:

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} J_\nu d\nu &= \frac{h d\nu}{R^2} \frac{2e^2 Z^2}{h c^3} \frac{p}{p_0^3} \left\{ \frac{(3E_0^2 - c^2 p_0^2) m^2 c^4 \sin^2 \Theta}{u^4} - \frac{2E_0^2 - c^2 p_0^2}{u^2} \right. \\ &\quad - \frac{E c p_0 \cos \Theta}{2u^2} - \frac{c p_0^2}{2p u} \log \frac{E + c p}{E - c p} + \frac{c p_0^3 (h\nu \cos \Theta - c p_0)}{2P_0^2 u^2} \\ &\quad + \left(\frac{m^2 c^4}{2u^2} - \frac{h\nu}{u} + \frac{(h\nu)^2 (h\nu - c p_0 \cos \Theta)}{2c^2 P_0^2 u} \right) \frac{p_0^2}{p P_0} \log \frac{P_0 + p}{P_0 - p} \\ &\quad + \log \frac{E_0 E - m^2 c^4 + c^2 p_0 p}{E_0 E - m^2 c^4 - c^2 p_0 p} \left[\frac{(3E_0 h\nu m^2 c^4 - E_0 E c^2 p_0^2) m^2 c^4 \sin^2 \Theta}{2p_0 p u^4} \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{3E_0^2 c^2 p_0^2 - 4E_0 h\nu m^2 c^4 + c^2 p_0^2 p^2}{4c^2 p_0 p u^2} - \frac{(E_0 E + c^2 p_0^2) h\nu \cos \Theta}{4c p u^2} \right] \right\}. \end{aligned} \right.$$

Hier wurde der Winkel zwischen primärer Flugrichtung des Elektrons und Ausstrahlungsrichtung mit Θ bezeichnet. Ferner wurde zur Abkürzung

$$E_0 - c(p_0 n) \equiv E_0(1 - \beta_0 \cos \Theta) = u$$

und

$$(\mathfrak{P} + p)^2 \equiv (p_0 - q)^2 = P_0^2$$

gesetzt.

Eine allgemeine Diskussion der Intensitätsformel (11) zu geben ist wegen ihres unübersichtlichen Baues wohl nicht möglich. Wir beschränken uns hier auf die Feststellung, daß sie in nichtrelativistischer Näherung ($p_0, p \ll mc$), wie es sein muß, in die entsprechende unrelativistische Formel (I, 12) übergeht:

$$(12) \quad \left\{ \begin{aligned} J_\nu d\nu &= \frac{h d\nu}{R^2} \frac{4e^2 Z^2}{h c^3} \frac{p}{p_0^3} \\ &\quad \cdot \left\{ \left(\frac{p_0^2 + p^2}{2p_0 p} \log \frac{p_0 + p}{p_0 - p} - 1 \right) (1 + 2\beta_0 \cos \Theta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin^2 \Theta}{2} \left(\frac{p_0^2 - 3p^2}{2p_0 p} \log \frac{p_0 + p}{p_0 - p} + 3 \right) (1 + 4\beta_0 \cos \Theta) \right\}. \end{aligned} \right.$$

Man kann nun durch Entwicklung von (11) nach Potenzen von β_0 und β die relativistischen Korrekturen bestimmen, die an der Formel (12) anzubringen sind; doch sind bereits die Glieder von der Ordnung β^2 so umfangreich, daß wir von einer Wiedergabe absehen wollen. — Als allgemeines Resultat von (11) kann man vielleicht anführen, daß das Auftreten der Nenner u^2 und u^4 eine mit der Geschwindigkeit β_0 wachsende „Voreilung“ der Intensitätsverteilung gegenüber der

symmetrischen Verteilung bei kleinen Geschwindigkeiten bedeutet. Für extrem große Primärenergien ($E_0 \gg mc^2$) drängt sich praktisch die ganze Ausstrahlung in einem schmalen Kegel um die Primärrichtung zusammen von einem Öffnungswinkel $\Theta \sim \frac{m}{E_0}$.

Zu den Formeln (11) und (12) ist noch eine wichtige Bemerkung zu machen: Wie bereits in der Einleitung angegeben wurde, erhält man aus der unrelativistischen Näherungsformel (12) die entsprechende, streng gültige Formel Sommerfelds durch Multiplikation mit dem richtungsunabhängigen Faktor

$$(13) \quad \frac{\frac{2\pi\alpha Z}{\beta_0}}{\left(\frac{2\pi\alpha Z}{e\beta_0} - 1\right)} \frac{\frac{2\pi\alpha Z}{\beta}}{\left(1 - e^{-\frac{2\pi\alpha Z}{\beta}}\right)},$$

dem Reziproken des Ausdruckes (I, 14). Diese Formel ist gültig für den ganzen Bereich des Spektrums bis zur kurzwelligen Grenze, während Formel (12) wegen ihrer Ableitung aus der ersten Bornschen Näherung prinzipiell nicht bis zur Grenze angewandt werden darf. Da nun (12) die nicht-relativistische Näherung der allgemeinen Formel (11) darstellt, so liegt die Vermutung nahe, daß man auch durch Multiplikation von (11) mit dem Faktor (13) zu einer „korrigierten“ und im ganzen Spektralbereich gültigen Intensitätsformel gelangt:

$$(14) \quad (J_\nu)_{\text{kor.}} = J_\nu \frac{\frac{2\pi\alpha Z}{\beta_0}}{\left(\frac{2\pi\alpha Z}{e\beta_0} - 1\right)} \frac{\frac{2\pi\alpha Z}{\beta}}{\left(1 - e^{-\frac{2\pi\alpha Z}{\beta}}\right)}.$$

Wie mir Maue auf Grund seiner Rechnungen freundlichst mitteilte, besteht diese Vermutung zu Recht. Formel (14), in Verbindung mit (11), scheint also eine für das ganze Bremspektrum gültige Näherungsformel zu sein. (Daß sie nicht streng gilt, im Gegensatz zur entsprechenden unrelativistischen Formel, wurde schon in der Einleitung betont.)

Berechnet man im besondern $(J_\nu)_{\text{kor.}}$ für die Nähe der kurzwelligen Grenze ($p \ll p_0, mc$), so erhält man aus (11) den einfachen Ausdruck

$$(15) \quad \left\{ J_\nu d\nu = \frac{h d\nu}{R^2} \frac{2e^2 Z^2}{hc^3} \frac{p}{p_0^3} \sin^2 \Theta \cdot \left\{ \frac{(E_0 + mc^2)^2 m^2 c^4}{u^4} + \frac{p_0^2 (E_0 + mc^2) (E_0 - 2mc^2)}{2mu^2} \right\} \right\}.$$

Multipliziert man ihn noch mit dem Faktor (13), so ergibt sich genau die von Scherzer (a. a. O.) abgeleitete Formel

$$(16) \quad \left\{ \begin{aligned} (J_\nu)_{\text{kor.}} d\nu &= \frac{h d\nu}{R^2} \frac{2\pi^4 Z^2 e^2 c h}{(h\nu)^2 \left(e^{\frac{2\pi\alpha Z}{\beta_0}} - 1 \right)} \sin^2 \Theta \\ &\cdot \left\{ \frac{\sqrt{1-\beta_0^2}^3}{(1-\beta_0 \cos \Theta)^4} + \frac{(1-\sqrt{1-\beta_0^2})(1-2\sqrt{1-\beta_0^2})}{(1-\beta_0 \cos \Theta)^2} \right\}. \end{aligned} \right.$$

Aus (11) läßt sich nun die gesamte, im Frequenzintervall $d\nu$ ausgestrahlte Energie berechnen:

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} \int J_\nu d\nu R^2 d\omega &= \alpha \left(\frac{e^2 Z}{m c^2} \right)^2 h d\nu \frac{p}{p_0} \cdot \left\{ \frac{4}{3} - \frac{2 E_0 E (p_0^2 + p^2)}{c^2 p_0^2 p^2} \right. \\ &+ \frac{E m^2 c}{p_0^3} \log A + \frac{E_0 m^2 c}{p^3} \log B - \frac{m^2 c^2}{p_0 p} \log A \log B \\ &+ \log C \left[\frac{(h\nu)^2}{c^2 p_0^3 p^3} (E_0^2 E^2 + E_0 E m^2 c^4 + c^4 p_0^2 p^2) + \frac{8 E_0 E}{3 c^2 p_0 p} \right. \\ &\left. \left. + \frac{h\nu m^2 (E_0 E + c^2 p_0^2)}{2 c p_0^4 p} \log A - \frac{h\nu m^2 (E_0 E + c^2 p^2)}{2 c p_0 p^4} \log B \right] \right\}, \end{aligned} \right.$$

mit den Abkürzungen

$$(17a) \quad A = \frac{E_0 + c p_0}{E_0 - c p_0}, \quad B = \frac{E + c p}{E - c p}, \quad C = \frac{E_0 E - m^2 c^4 + c^2 p_0 p}{E_0 E - m^2 c^4 - c^2 p_0 p}.$$

Für $p_0, p \ll mc$ erhält man daraus durch Entwickeln bis zu ersten relativistischen Korrektionsgliedern den Ausdruck

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} \int J_\nu d\nu R^2 d\omega &= \frac{16}{3} \alpha \left(\frac{e^2 Z}{m c^2} \right)^2 h d\nu \frac{E_0 E}{c^2 p_0^2} \\ &\cdot \left(\log \frac{p_0 + p}{p_0 - p} - \frac{1}{2} \frac{c^2 p_0 p}{E_0 E} + \dots \right). \end{aligned} \right.$$

Sein unrelativistischer Anteil stimmt mit der Formel (I, 15) überein; die Korrektionsglieder vergrößern ihn¹⁾. — Für sehr große Energien ($E_0, E \gg mc^2$) ergibt sich aus (17) die relativ einfache Intensitätsformel

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} \int J_\nu d\nu R^2 d\omega &= 2 \alpha \left(\frac{e^2 Z}{m c^2} \right)^2 h d\nu \frac{(h\nu)^2 + \frac{4}{3} E_0 E}{E_0^2} \\ &\cdot \left(\log \frac{4 E_0^2 E^2}{(h\nu)^2 m^2 c^4} - 1 \right), \end{aligned} \right.$$

1) Man erkennt dies, wenn man in (18) als Parameter die Frequenz $\nu = \frac{E_0 - E}{h}$ und die Grenzfrequenz $\nu_g = \frac{E_0 - mc^2}{h}$ einführt.

während im Fall großer Primärenergie für die kurzwellige Grenze der Wert

$$(19a) \quad \left\{ \begin{aligned} \int J_\nu d\nu R^2 d\omega &= 2\alpha \left(\frac{e^2 Z}{m c^2} \right)^2 h d\nu \beta, \\ \int (J_\nu)_{\text{korrr.}} d\nu R^2 d\omega &= \frac{2\alpha^2 Z^2 h d\nu}{e^2 \pi a Z - 1} \left(\frac{h}{m c} \right)^2 \end{aligned} \right.$$

folgt.

Für die gesamte Ausstrahlung erhält man aus (17) durch Integration über das ganze Spektrum — wir vernachlässigen dabei die durch (14) gegebene Korrektur in der Nähe der kurzwelligen Grenze:

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} J &= \iint J_\nu d\nu R^2 d\omega \\ &= \alpha \left(\frac{e^2 Z}{m c^2} \right)^2 \left\{ -\frac{4 E_0}{3} + \left(\frac{2 E_0^2}{c p_0} + \frac{5 m^2 c^3}{3 p_0} \right) \log \frac{E_0 + c p_0}{E_0 - c p_0} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 E_0 m^2 c^3}{3 p_0^2} \left(\log \frac{E_0 + c p_0}{E_0 - c p_0} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{m^2 c^3}{2 p_0^2} \int_0^{p_0} dp \log \frac{E + c p}{E - c p} \log \frac{E_0 E - m^2 c^4 + c^2 p_0 p}{E_0 E - m^2 c^4 - c^2 p_0 p} \right\}. \end{aligned} \right.$$

(Das verbleibende Integral geschlossen auszuführen ist mir nicht gelungen.) Für den Fall kleiner Primärenergien erhält man daraus durch Entwicklung

$$(21) \quad J = \frac{16\alpha}{3} \frac{e^4 Z^2}{m c^2} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h \nu_g}{m c^2} + \dots \right),$$

wobei $\nu_g = \frac{E_0 - m c^2}{h}$ die Grenzfrequenz des Bremsspektrums bedeutet. In unrelativistischer Näherung ergibt sich daraus die Formel (I, 24)¹⁾; durch die relativistische Korrektur wird die gesamte Ausstrahlung vergrößert und, im Gegensatz zum unrelativistischen Fall, abhängig von der Primärenergie.

1) In I ist mir leider entgangen, daß sich (I, 24) auch direkt aus (I, 15) durch Integration über alle ν ableiten läßt, da die logarithmische Singularität an der einen Grenze harmlos ist. Der Umweg über die Ausstrahlung in einem abgeschirmten Coulombfeld ist zur Ableitung von (I, 24) nicht nötig.

Für extrem große Primärenergien ergibt sich

$$(22) \quad J = 4\alpha \left(\frac{e^2 Z}{m c^2} \right)^2 E_0 \left(\log \frac{2E_0}{m c^2} - \frac{1}{3} \right).$$

Der mittlere Energieverlust eines Elektrons durch Ausstrahlung bei der Bremsung durch einen Atomkern wächst also stärker als linear mit der Energie an, der relative Energieverlust, also der Wirkungsquerschnitt gegen Strahlungsverluste $\sigma = \frac{J}{E_0}$ nimmt noch logarithmisch mit der Energie zu. Auf die Bedeutung dieses Ergebnisses für die Theorie der Höhenstrahlung wurde bereits an anderer Stelle hingewiesen¹⁾.

Göttingen, Institut für theoretische Physik.

1) W. Heitler u. F. Sauter, *Nature* **132**. S. 892. 1933.

(Eingegangen 1. Juni 1934)

**Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten
einiger verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen
mit schnellen elektrischen Schwingungen**

Von Franz Paul Henninger

(Mit 19 Figuren)

§ 1. Einleitung

In der vorliegenden Arbeit wird über Messungen der Dielektrizitätskonstanten (DK.) einiger verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen bei etwa 15 m Wellenlänge berichtet. Voran gehen Untersuchungen, die den Zweck haben, einige Schwierigkeiten zu untersuchen, die bei einer solchen Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten verdünnter Elektrolytlösungen mit elektrischen Schwingungen hoher Frequenz auftreten. Besondere Aufmerksamkeit wird der Frage der Rückwirkung zwischen Sender und Resonanzkreis zugewandt.

H. Hellmann und H. Zahn¹⁾ haben als erste auf die großen Fehler hingewiesen, welche die Festigkeit der Kopplung bei Messung der Dielektrizitätskonstanten zur Folge hat, sobald die untersuchten Dielektrika ein gewisses, wenn auch geringes, Leitvermögen besitzen.

Bei enger Kopplung zwischen Sender und Resonanzkreis liegen die Verhältnisse folgendermaßen: Die Wellenlänge des Senders, die mit einem möglichst lose gekoppelten Wellenmesser bestimmt ist, sei mit λ_0 bezeichnet. Koppeln wir nach der Wellenlängenbestimmung den Sender mit einem abstimmbaren Kreis (dem Resonanzkreis) ziemlich eng, so wird im Resonanzkreis der maximale Strom dann erreicht, wenn er auf die etwas verkleinerte Wellenlänge $\lambda_0 - \Delta\lambda_0$ abgestimmt ist. Man kann die Erscheinung so deuten, daß bei enger Kopplung die Wellenlänge des Senders um einen Betrag $\Delta\lambda_0$ herabgesetzt wird durch Verkleinerung der Selbstinduktion des Senders.

Die Verstimmung $\Delta\lambda_0$ ist um so größer, je schwächer der Resonanzkreis gedämpft ist und je fester die Kopplung ist.

1) H. Hellmann u. H. Zahn, Phys. Ztschr. 27. S. 636. 1926.

Sie hängt also bei gleichbleibender Kopplung ab von der Dämpfung des Resonanzkreises. Bei einer Kondensatormethode zur Bestimmung der DK. hängt demnach $\Delta\lambda_0$ von der Leitfähigkeit der Kondensatorfüllung ab, sobald die Kopplung zu eng ist. Die durch die Rückwirkung bewirkte Verstimmung überlagert sich der durch die Änderung der DK. der Kondensatorfüllung bedingten und fälscht somit die Meßergebnisse. Um den durch die Rückwirkung bedingten Fehler in der Messung zu vermeiden, muß man die Kopplung zwischen Sender und Resonanzkreis so lose machen, daß die Rückwirkung des Resonanzkreises auf den Sender (und damit $\Delta\lambda_0$) verschwindend klein wird.

In dem ersten Teil der vorliegenden Arbeit soll nun untersucht werden, wann zwei Systeme so weit entkoppelt sind, daß eine merkliche Rückwirkung zwischen Resonanzkreis und Sender nicht mehr stattfindet. Diese Frage ist schon öfters diskutiert worden gelegentlich der Messung von Dielektrizitätskonstanten mit elektrischen Schwingungen hoher Frequenz, zum erstenmal von H. Hellmann und H. Zahn (vgl. a. a. O.).

Der zweite Teil bringt dann Messungen an mehreren Elektrolyten mit Schwingungen einer Wellenlänge von etwa 15 m.

Erster Teil:

Untersuchung der Rückwirkung durch die Kopplungen

§ 2. Schema der benutzten Versuchsanordnung

Ein Sender *S* (Fig. 1), dessen Wellenlänge durch Ändern der variablen Kapazität C_S geändert werden kann, ist mit einem Resonanzkreis *R* gekoppelt, dessen Gesamtkapazität gebildet

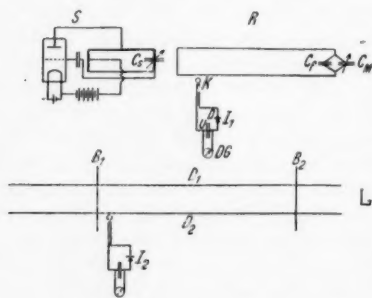


Fig. 1. Schema der Versuchsanordnung

wird von zwei parallel geschalteten Kondensatoren C_M (Meßkondensator) und C_f (Flüssigkeitskondensator). C_M ist variabel. Mit dem Resonanzkreis ist ferner ein Detektorkreis (Indikatorkreis) I_1 mittels der kleinen Kopplungsschleife *K* gekoppelt, *D* ist ein Kristalldetektor, *DG* ein durch den Blockkondensator *U* überbrücktes Drehspulspiegelgalvano-

meter. In einer zweiten Reihe von Versuchen ist außerdem mit dem Sender sehr lose gekoppelt ein Lechersches System L , bestehend aus den beiden Paralleldrähten D_1 und D_2 und den beiden Plattenbrücken B_1 und B_2 . I_2 ist ein an L gekoppelter Indikatorkreis. R und S sind auf einem gemeinsamen Grundbrett montiert, sie können von dem Lechersystem L weit entfernt werden.

1. Beobachtungen ohne Lechersches System

Die Frequenz des Senders wurde konstant gehalten, die Kopplung mit dem Resonanzkreis war veränderlich. Bei verschiedenen Kopplungen wurden die Resonanzkurven aufgenommen, zugleich wurde bei jeder Einstellung des Resonanzkreises der Anodenstrom im Sender gemessen.

2. Beobachtungen mit Lecherschem System

Bei denselben Kopplungen, mit denen die Beobachtungen 1 gemacht wurden, wurde bei Resonanz von S und R im Lecherschen System L eine Resonanzkurve aufgenommen, um die Schwingungsform in S bei Resonanz mit R festzustellen.

§ 3. Beschreibung der verwendeten Apparatur

1. Der Sender

Als Senderschaltung wurde die Spannungsteilerschaltung verwendet (Fig. 2). Die Selbstinduktion L bestand aus einem Drahtrechteck von den in Fig. 3 angegebenen Dimensionen. Die veränderliche Kapazität C_S war ein Plattenkondensator aus zwei kreisrunden Messingscheiben, von denen die eine der anderen mit Hilfe einer Schraube genähert werden konnte. Als Röhre wurde bei den im ersten Teil beschriebenen Versuchen eine russische Röhre verwendet von der mittleren Steilheit $0,6 \text{ mA/Volt}$ und von einem Durchgriff von etwa 4% . Der verwandte Heizstrom betrug durchschnittlich $0,6 \text{ Amp.}$, die an die Röhre angelegte Spannung durchschnittlich 200 Volt . Diese Spannung wurde abgenommen an einem Potentiometer

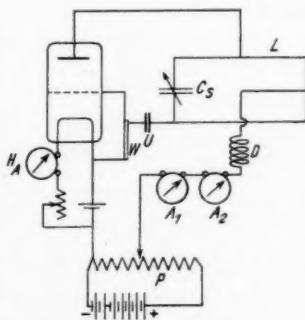


Fig. 2. Senderschaltung

von 21000 Ohm. Als Stromquelle wurden die kleinen Varta-Batterien, die bis 70 mA belastbar sind, verwendet. Es standen 220 Volt zur Verfügung. H_1 und H_2 in Fig. 3 sind die beiden Heizstromleitungen, $A St$ ist die Anodenstromleitung.

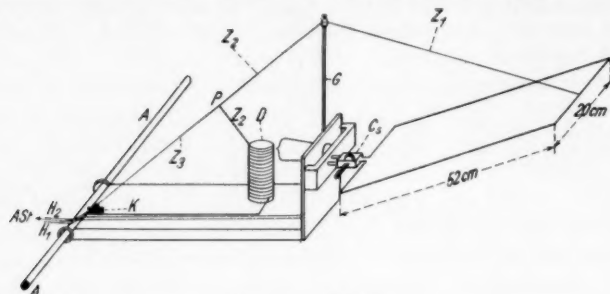


Fig. 3. Sender

Der Anodengleichstrom wurde im allgemeinen an dem Milliampereometer A_1 abgelesen. Bei Verwendung stärkerer Anodenströme (höher als 5 mA) wurde A_1 kurzgeschlossen und das weniger empfindliche Milliampereometer A_2 verwendet. Der Anodenstrom wurde der Mitte des Drahtrechtecks L zugeführt mit Hilfe des Drahtes $Z_1 Z_2$; In die Leitung war eine Drosselspule D eingeschaltet, um die Schwingungen von anderen Teilen der Apparatur fernzuhalten. (Der Draht Z_3 endete blind auf dem Klotz K .)

Der ganze Sender saß auf einem Grundbrett, welches mit zwei Drahttringen R um die Achse A drehbar aufgehängt war. Zwei Schnüre hielten den Sender in einer bestimmten Höhe, durch Verkürzung oder Verlängerung der Schnüre konnte sie verändert werden.

Bei den im Teil 2 beschriebenen Messungen waren die Röhre, die Drosselspule, der Überbrückungswiderstand W , der Blockkondensator U in einem geerdeten Metallkasten eingeschlossen (Fig. 15). Bei den in Teil 1 beschriebenen Untersuchungen fehlte dieser Schutz.

2. Der Resonanzkreis und der Indikatorkreis

Der Resonanzkreis bestand aus den beiden parallel geschalteten Kondensatoren, dem Meß- und dem Flüssigkeitskondensator sowie der Selbstinduktion. Diese wurde aus zwei parallelen Drähten mit einer verschiebbaren Messingbrücke

gebildet. Die Selbstinduktion war, um jede Verbiegung der Drähte auszuschließen, auf einem festen Rahmen *R* (Fig. 4) aus Buchenholz montiert, der die beiden Hartholzblöcke *A* und *B* trug. Zwischen ihnen waren die zwei Paralleldrähte *D* gespannt. An ihren Enden waren Gewinde eingeschnitten und die Spannung erfolgte durch aufsitzende Schraubenmutter. Die Drähte hatten einen Abstand von 140 mm und waren an den Abspannstellen *S* (Fig. 4) durch Hartgummileisten von dem Holz isoliert. Durch die Blöcke hindurch waren die Drähte durch weite

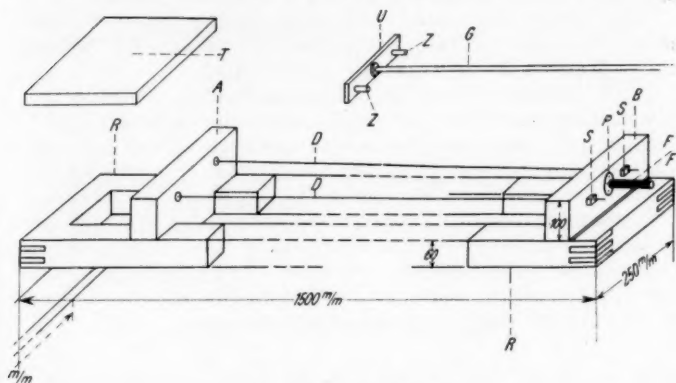


Fig. 4. Resonanzkreis

Bohrlöcher frei hindurchgeführt. Auf dem links vom Block *A* verbleibenden Teil des Rahmens wurde ein Grundbrett *T* aufgeschraubt, auf dem die später beschriebenen Kondensatoren montiert wurden. Die die beiden Paralleldrähte verbindende Brücke *U* war ausgebildet als rechteckige Messingplatte von $200 \times 50 \times 4$ mm. Um ganz sichere Kontakte zu haben, war sie zur Durchführung der Paralleldrähte nicht einfach durchbohrt, sondern es waren in sie als Führungen zwei Messingzylinder *Z* eingeschraubt (Fig. 4 oben). Diese hatten in der Längsachse eine Bohrung von solcher Weite, daß sich der Draht gerade hindurchschieben ließ. Die Brücke konnte mit dem Glasrohr *G* verschoben werden, welches durch ein auf dem Block *B* aufgesetztes Messingrohr *F* geführt wurde.

Der Meßkondensator bestand bei den im ersten Teil beschriebenen Versuchen aus zwei kreisrunden Messingplatten von 44 mm Durchmesser, von denen die eine der anderen

mittels einer Schraube von der Ganghöhe $\frac{1}{2}$ mm genähert werden konnte. Die Verschiebung ließ sich an einer Trommel mit Teilkreis ablesen. Man konnte die Schraube mittels eines Pertinaxrohres aus einer Entfernung von 1,5 m verstellen. Die Ablesung der Trommelstellung erfolgte aus größerer Entfernung mittels einer geeigneten Linse. Da die Untersuchungen über die Rückwirkung mit einem schwach gedämpften Resonanzkreis vorgenommen wurden (Dekrement etwa 0,025) waren die Resonanzkurven sehr steil und schmal. Innerhalb ihrer sehr kleinen Breite war die Kapazitätsänderung hinreichend linear.

Als fester Kondensator diente ein kleiner Plattenkondensator. Bei den in Teil II beschriebenen Messungen wurden andere Kondensatoren verwendet (vgl. S. 430).

Als Indikator diente ein Bleiglanzdetektor. Detektor und Blockkondensator waren auf der Rückseite der Messingbrücke *U* (Fig. 4) auf einer Hartgummiplatte montiert. Die Kopplungsschleife hatte nur eine Windung von 12 mm Durchmesser, sie saß auf der Vorderseite der Brücke *U*. Von dem Überbrückungskondensator führte eine Doppelleitung aus weicher engverdrillter Litze im Innern eines Aluminiumrohres zum Galvanometer. Das Galvanometer war ein Siemens-Drehspulspiegelgalvanometer, ohne Shunt hatte es die Empfindlichkeit 10^{-7} Amp. pro mm. Verwendet wurde objektive Ablesung.

3. Das Lechersystem

Das Lechersche System bestand aus zwei etwa 665 cm langen, durch das ganze Zimmer gespannten Paralleldrähten von 10 cm Abstand. Sie waren mit Spannschlössern *S* straff gespannt zwischen zwei eisernen Trägern, die an der Wand befestigt waren. Der Drahtdurchmesser betrug 2 mm. Als Brücken dienten große quadratische Aluminiumplatten *B* von 26 · 26 cm und 3,5 mm Dicke. Die eine Platte war mit Messingbolzen an einem der Eisenträger fest montiert, die andere ließ sich ohne äußere Führung frei über die ganze Länge der Drähte verschieben. Sie war auf einem rechteckigen Messingrahmen *R* aufgeschraubt (Fig. 5), Rahmen und Platte waren mit zwei Bohrungen von 4 mm Durchmesser in 100 mm Abstand (dem Abstand der Drähte) versehen. In diese Bohrungen wurde je ein Messingrohr *M* von 10 cm Länge und 2 mm lichter Weite eingesetzt und an dem Messingrahmen verlötet. Das vordere Ende ragte etwa 5 mm über die Vorderseite der Platte heraus. Auf diese Weise war dafür gesorgt, daß die Plattenebene immer senkrecht zur Ebene der Paralleldrähte stand. — Senkrecht zu dem Rahmen *R*

war an ihm ein Messingdreikant Δ befestigt, das einen in Millimeter geteilten Maßstab \bar{M} trug. Das Dreikant gleit über einen längs der Drähte verschiebbaren Querträger Q , der mittels Schrauben an jeder gewünschten Stelle feststellbar war und der als Marke einen dünnen Draht D an einem starken Drahtbügel trug.

Der Indikatorkreis am Lecherschen System war ebenso gebaut wie der beim Resonanzkreis beschriebene, er war an

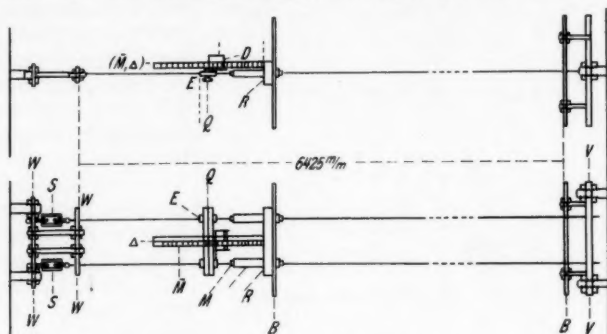


Fig. 5. Lechersches System

dem Eisenträger V der Fig. 5 befestigt, der auch die feste Platte trug. Als Galvanometer im Indikatorkreis diente dasselbe Instrument wie beim Resonanzkreis.

§ 4. Orientierende Voruntersuchungen

Um eine gute Konstanz zu erreichen, mußte die Röhre längere Zeit einbrennen. Nach einer Einbrenndauer von 1 bis 1,5 Std. waren Anodenstrom und Schwingungen genügend konstant.

Um zunächst annähernd die räumliche Verteilung des magnetischen Wechselfeldes des Senders, die uns bei der verwendeten induktiven Kopplung zwischen Sender und Resonanzkreis interessiert, übersehen zu können, wurde es mittels einer kleinen Drahtschleife ausgemessen. An diese Drahtschleife waren in bekannter Weise das durch einen Blockkondensator überbrückte Galvanometer und ein Detektor angeschlossen. Die Messung erfolgte in zwei Ebenen, die zur Ebene des Drahtrechteckes des Senders parallel lagen und 15 bzw. 45 cm Abstand von ihr hatten. Die Kopplungsschleife wurde jedes-

mal längs einer Geraden verschoben, die gerade unter der Mittellinie des Drahtrechtecks lag.

In Fig. 6 stellt die Zahl der Pfeile in einem Bündel die Größe des an der betreffenden Stelle beobachteten Ausschlages dar und somit die Komponente des magnetischen Felds senkrecht zu der Ebene. Das magnetische Wechsel-feld hat, wie man aus Fig. 6 sieht, ein Maximum in der Nähe der durch einen Pfeil ange-deuteten Geraden R . Man muß annehmen, daß die Drossel-spule D (Fig. 3), die bei diesen Versuchen

nicht abgeschirmt war, wesentlich an der Erregung des ma-gnetischen Felds beteiligt war.

§ 5. Untersuchungen über die Festigkeit der Kopplung mittels Beobachtung des Anodengleichstroms im Sender

In dem Lehrbuch: J. Zenneck, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie, Aufl. V 1925 findet sich auf S. 98 die folgende

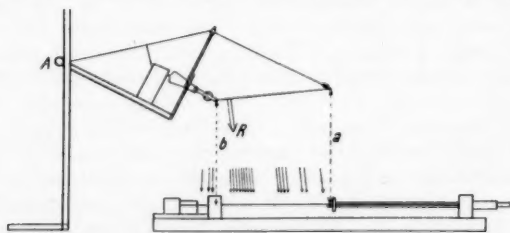


Fig. 7. Sender und Resonanzkreis in enger Kopplung

Definition: „Eine Kopplung ist extrem lose, wenn die Rück-wirkung vom Resonanzkreis auf den Sender nicht merklich ist. Werden die Schwingungen im Sender nur wenig durch

die Schwingungen im Resonanzkreis beeinflußt, so bezeichnet man die Kopplung als lose. Ist dagegen die Beeinflussung stark, so bezeichnet man sie als fest.“

Um die Beeinflussung des Senders durch den Resonanzkreis zu beobachten, wurde zuerst der Weg eingeschlagen, daß man den Anodenstrom des Senders als Funktion der Verstimmung des Resonanzkreises maß. Hierzu diente das im Senderkreis liegende empfindlichere Milli-Amperemeter A_1 (Fig. 2). Die Versuchsanordnung ist durch Fig. 7 dargestellt.

Der ganze auf S. 416 ff. beschriebene Resonanzkreis war auf einem tragbaren Grundbrett von 180 cm Länge aufgestellt. Auf diesem Brett war auch das Stativ, das den Sender trug, befestigt. Durch Drehung um die Achse A

(Fig. 3 u. 7) konnte man die Entfernung des Senders vom Resonanzkreis ändern und damit auch die Kopplung. Die Art der Kopplung wird im folgenden stets beschrieben werden

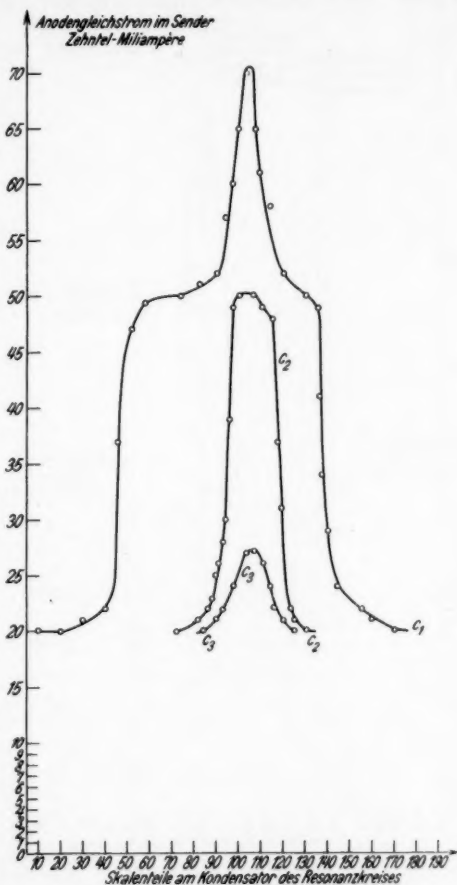


Fig. 8. Anodenstromkurven

durch Angabe der Entfernungen a und b (Fig. 7) der beiden Schmalseiten des Drahtrechteckes des Senders von der Ebene des Resonanzkreises, abgekürzt durch (a, b) cm.

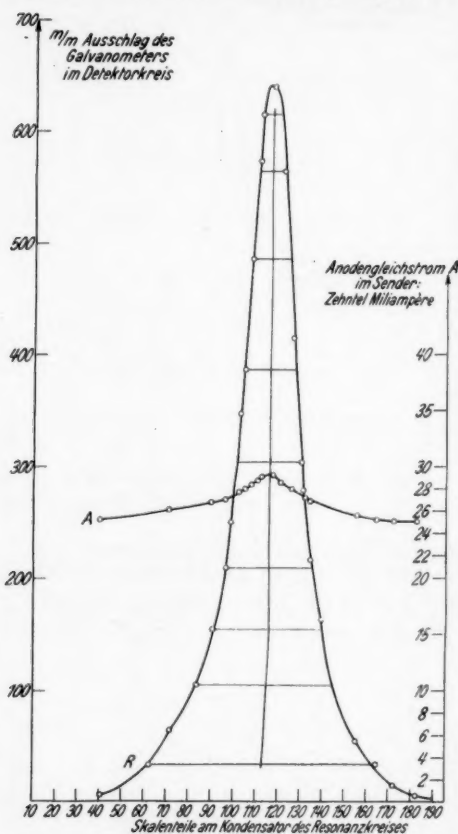


Fig. 9. Resonanzkurve bei ziemlich fester Kopplung (66,54) cm

rück, die Kopplung wird loser. Dasselbe zeigen die mit A bezeichneten Kurven in Fig. 9, 10 u. 11, welche den Anodenstrom für die Kopplungen (66,54) cm, (91,69) cm und (104,78) cm wiedergeben. Bei (104,78) cm ist keine Rückwirkung mehr zu beobachten, die Kopplung ist extrem lose.

In Fig. 8 sind einige Beispiele für diese Messungen bei verschiedenen starken Kopplungen durch Kurven wiedergegeben. Als Ordinate ist der Anodenstrom in $\frac{1}{10}$ mA, als Abszisse die Stellung des Kondensators im Resonanzkreis in Trommelteilen eingetragen. Die Kurven C_1, C_2, C_3 in Fig. 8 sind aufgenommen bei den Kopplungen

C_1 : (32,31) cm,

C_2 : (50,45) cm,

C_3 : (61,52) cm.

Bei der Kopplung (32,31) cm ist die Rückwirkung des Resonanzkreises auf den Sender außerordentlich stark. Diese Kopplung ist also als sehr fest zu bezeichnen. Mit wachsender Entfernung des Senders geht die Rückwirkung ständig zu-

Die durch die Rückwirkung zwischen Sender und Resonanzkreis bewirkte Änderung des Anodengleichstroms hängt bei gleicher Kopplung noch von den Daten der verwendeten Röhre ab. Das wurde durch Ver-

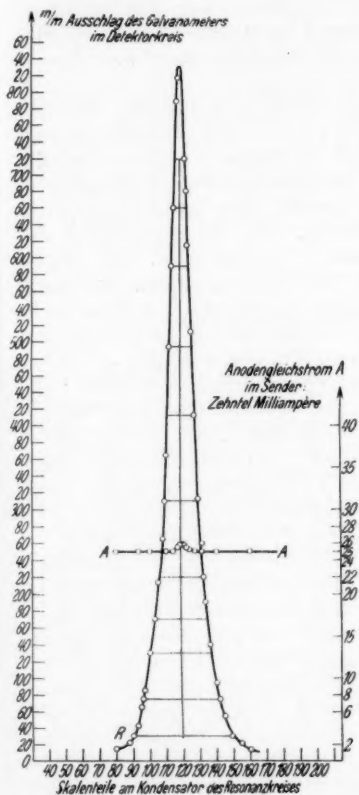


Fig. 10. Resonanzkurve bei einigermaßen loser Kopplung (91,69) cm

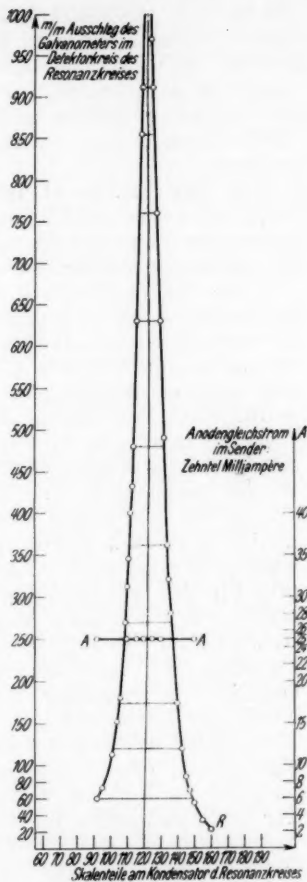


Fig. 11. Resonanzkurve bei extrem loser Kopplung (104,78 cm)

suche mit verschiedenen Röhren festgestellt. Die Änderung des Anodengleichstroms kann deshalb nur bei einer und derselben Röhre als Maß für die Rückwirkung dienen.

Bei den in Fig. 9—11 dargestellten Versuchen wurde gleichzeitig die Resonanzkurve im Resonanzkreis und die Kurve des Anodenstroms im Sender aufgenommen. Bei Aufnahme der Resonanzkurve mußte darauf geachtet werden, daß die direkte Einwirkung des Senders auf die Kopplungsschleife möglichst herabgesetzt wurde. Sie war am Nullausschlag zu erkennen. Durch Einfügen von Blechschirmen an geeigneten Stellen und durch geeignete Verlegung der Erdleitungen gelang es, den Nullausschlag sehr weit herabzusetzen.

In den Fig. 9—11 ist die Resonanzkurve, die bei den Kopplungsweiten (66,54) cm, (91,69) cm und (104,78) cm aufgenommen wurde, jeweils mit R bezeichnet. Ordinate ist der Ausschlag des Galvanometers im Detektorkreis in Millimetern, Abszisse die Verschiebung der beweglichen Kondensatorplatte im Resonanzkreis in Trommelteilen. Die Empfindlichkeit des Galvanometers war durch einen Shunt geregelt. Sie wurde bei wachsender Entfernung des Senders vergrößert. In Fig. 9 zeigt sich bei der Kopplungsweite (66,54) cm noch eine recht beträchtliche Rückwirkung des Resonanzkreises auf den Sender. Diese ist in Fig. 10 bei der Kopplungsweite (91,69) cm schon sehr zurückgegangen, die Kopplung ist loser. In diesem Falle ist die Resonanzkurve schon sehr symmetrisch, der Nullausschlag bei Kurzschluß des Resonanzkreises beträgt etwas weniger als 4 mm, also nicht ganz $5\frac{0}{100}$ des Maximalausschlags. Entkoppelt man weiter, so ist bei der Kopplungsweite (104,78) cm (Fig. 11) eine Änderung des Anodenstromes nicht mehr feststellbar, die Kopplung ist extrem lose. Trotzdem zeigt die Resonanzkurve in Fig. 11 keine Verbesserung der Symmetrie gegenüber der von Fig. 10. Man könnte zunächst meinen, daß sich die Symmetrie der Resonanzkurven über die Symmetrie der Kurve in Fig. 10 hinaus bei weiterer Entkopplung nicht weiter verbessere. Trotzdem wurde bei noch weiterer Entkopplung (Kopplungsweite [118,86] cm) die Resonanzkurve praktisch vollkommen symmetrisch. In dem letzten Versuch war die Stromstärke im Detektorkreis so schwach, daß die Empfindlichkeit des Spiegelgalvanometers voll ausgenutzt werden mußte, während bei den vorhergehenden Messungen bei einem inneren Widerstand des Instruments von etwa 60 Ohm ein Shunt zwischen 10 und 30 Ohm verwendet wurde.

Daß die Kurve der Fig. 11 nicht symmetrischer ist als die in Fig. 10, trotzdem die Kopplung wesentlich loser war, erklärt sich aus der eigentümlichen Verteilung des magnetischen Kraftflusses, die in § 4 beschrieben worden ist (Fig. 12).

Beobachtungen mit einer Induktionsschleife in der Ebene des Resonanzkreises ergaben, daß bei der Kopplungsweite (104,78) cm, wie auch Fig. 12 zeigt, das Intensitätsmaximum des magnetischen Feldes gerade in die Kopplungsschleife hereinfiel. Also ist die Unsymmetrie der Kurve Fig. 11 durch die direkte Anregung der Kopplungsschleife S vom Sender her bewirkt worden.

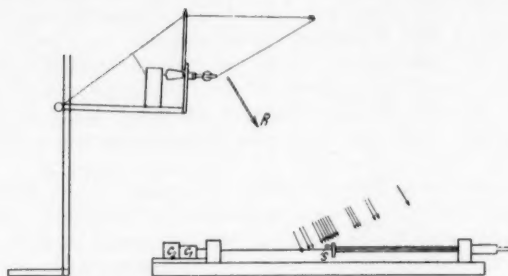


Fig. 12. Sender und Resonanzkreis lose gekoppelt (104,78) cm

Wenn der Sender weiter hinaufgezogen wurde, so rückte das Maximum des magnetischen Feldes auf die andere Seite der Brücke, und die Kopplungsschleife wurde vom Sender her nur noch wenig direkt angeregt. Infolgedessen wurde bei weiter Kopplung, wie ein Versuch bei der Entfernung (118,96) zeigte, die Resonanzkurve innerhalb der Fehlergrenzen wirklich vollkommen symmetrisch. Wenn man andererseits den Sender näher als (104,78) cm heranbrachte, also enger koppelte, so rückte das Maximum des magnetischen Feldes von der Kopplungsschleife weg in die Fläche des Drahtrechtecks des Resonanzkreises hinein. Also mußte der Fehler der direkten Einwirkung des Senders auf die Kopplungsschleife bei genügend enger Kopplung wieder wegfallen. Aber nun wurde die Kurve, wie das Beispiel Fig. 9 bei der Entfernung (91,69) cm zeigt, unsymmetrisch infolge der Rückwirkung bei enger Kopplung. Bei den dazwischen gelegenen Stellungen des Senders mußten sich die beiden Einflüsse teilweise kompensieren. Es ist zu erwarten, daß es zwischen (91,69) cm und (104,78) cm eine Stellung des Senders gab, wo die Resonanzkurve sehr symmetrisch ausgesehen hätte, obwohl die Kopplung noch keineswegs extrem lose war. Man sieht hieraus jedenfalls, daß man aus der Form der Resonanzkurve allein noch nicht mit Sicherheit auf den Grad der Entkopplung schließen kann.

§ 6. Anwendung eines Lechersystems
zur Beurteilung der Festigkeit einer Kopplung

Wenn zwei Oszillatoren, von denen jeder für sich allein die Frequenz N_0 hat, miteinander fest gekoppelt werden, so entstehen in jedem der Oszillatoren als Folge der Kopplung zwei Schwingungen der Frequenzen N_1 und N_2 , die beide von N_0 abweichen ($N_1 < N_0 < N_2$), und zwar um so mehr, je fester die Kopplung ist. An dieser Erscheinung läßt sich die Festigkeit der Kopplung direkt beurteilen. Um die Aufspaltung der Schwingung N_0 in die Schwingungen N_1 und N_2 zu erkennen, muß man einen dritten abstimmbaren Oszillator entweder mit dem Sender oder mit dem Resonanzkreis extrem lose koppeln und mit ihm eine Resonanzkurve aufnehmen. Als diesen dritten Oszillator verwendete ich das auf S. 419 beschriebene Lechersche System. Es war in 2,25 m Höhe über dem Fußboden ausgespannt und das Grundbrett, auf dem Sender und Resonanzkreis montiert waren, wurde direkt auf den Fußboden gestellt. Auf diese Weise wurde eine sehr lose Kopplung zwischen Sender und Lecherschem System erreicht.

Sender und Resonanzkreis waren vorher in möglichst loser Kopplung auf dieselbe Frequenz abgestimmt worden. Diese Abstimmung am Sender und am Resonanzkreis blieb während der Untersuchungen über die Festigkeit der Kopplung ungeändert. Geändert wurde lediglich die Kopplungsweite zwischen Sender und Resonanzkreis, und zwar wurden nacheinander all die Kopplungen hergestellt, bei denen die im vorigen Paragraphen mitgeteilten Kurven aufgenommen waren. Für jede dieser Kopplungen wurden die Schwingungen des Senderkreises mit dem Lecherschen System analysiert. Die Versuchsergebnisse bei den beiden losen Kopplungen (91,69) cm und (104,78) cm sind in den Figg. 13 und 14 gezeichnet. Abszisse ist der Abstand der verschiebbaren Brücke des Lecherschen Systems von einem willkürlich festgelegten Anfangspunkt, Ordinate der Galvanometerausschlag im Indikatorkreis des Lechersystems. Bei der Kopplung (91,69) cm zwischen Sender und Resonanzkreis zeigt die Kurve noch zwei deutlich getrennte Maxima, die Schwingung N_0 ist also durch die Rückwirkung des Resonanzkreises noch in zwei Schwingungen N_1 und N_2 aufgespalten (Fig. 13). Bei der Kopplung (104,78) cm dagegen bekommt man nur ein Maximum. Aber auch diese Kurve ist ähnlich wie die von Fig. 13 in ihrem unteren Teil sehr unsymmetrisch (Fig. 14). Bei weitergehender Entkopplung zwischen Sender und Resonanzkreis wird die Sym-

metrie der am Lechersystem aufgenommenen Kurven besser, aber doch niemals ganz vollkommen. Wenn man bei sehr loser Kopplung zwischen Sender und Resonanzkreis bei völlig verstimmtem Resonanzkreis eine Resonanzkurve am Lechersystem aufnahm, so ließ sich keine außerhalb der Fehlergrenzen liegende Verschiebung gegenüber der Kurve feststellen, die man bei genau abgestimmtem Resonanzkreis bekam. Trotzdem ließ sich noch eine schwache Rückwirkung des Resonanzkreises feststellen, wenn man den Ausschlag an einer steilen Stelle der Resonanzkurve des Lechersystems bei abgestimmtem Resonanzkreis beobachtete und hierauf den Kondensator kurzschloß. Der Ausschlag änderte sich dann um eine zwar kleine, aber gut feststellbare Größe.

Von (91,69) cm an haben wir die Kopplung jedenfalls als fest zu bezeichnen. Je kleiner die Abstände (a , b) (Fig. 7) genommen werden, um so weiter rücken die beiden Maxima der am Lechersystem aufgenommenen Kurve auseinander, um so fester ist also die Kopplung. Beachtenswert ist, daß die bei (91,69) cm am Reso-

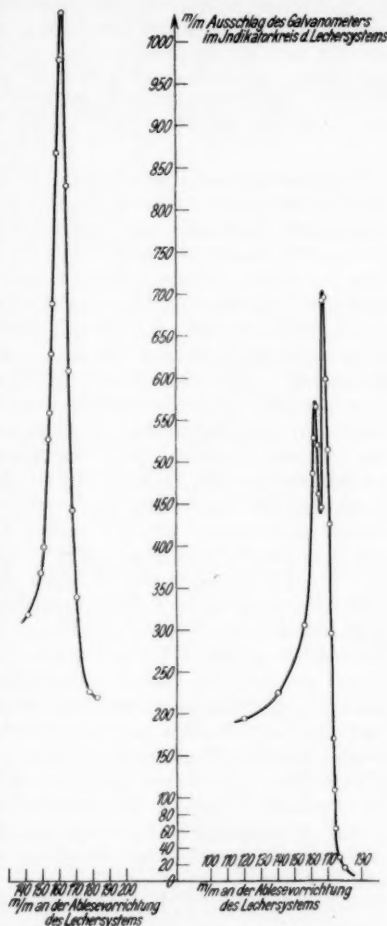


Fig. 14. Resonanzkurve am Lechersystem, bei extrem loser Kopplung (104,78 cm)

Fig. 13. Resonanzkurve am Lechersystem, bei einigermaßen loser Kopplung (91,69) cm

nanzkreis selber aufgenommene Resonanzkurve (Fig. 10) schon recht symmetrisch ist, ein Beweis für unsere Behauptung, daß man aus der Symmetrie der Resonanzkurve nicht mit Sicherheit auf lose Kopplung schließen kann.

Zweiter Teil:

Messung der Dielektrizitätskonstanten einiger wäßriger Lösungen von Kupfersulfat, Lanthannitrat und Kaliumferrozyanid

§ 7. Allgemeines

Untersuchungen über die DK. verdünnter wäßriger Elektrolytlösungen sind sowohl mit schnellen als auch mit langsamen Schwingungen nach verschiedenen Methoden angestellt worden. Mit sehr hohen Frequenzen hat B. Voigt¹⁾ gearbeitet, der mit Schwingungen von 44 cm Wellenlänge KCl-Lösungen nach der zweiten Drudeschen Methode untersuchte. Er fand keine Änderung der DK. gegen reines Wasser. Zu demselben Ergebnis kam E. Plötze²⁾, auch für mehrwertige Elektrolyte bei Schwingungen von 60 cm Wellenlänge. Wie er zeigte, ist dies im Einklang mit der Theorie von Debye-Falkenhagen. Mit sinkender Frequenz ist nach der Theorie eine Zunahme der DK. zu erwarten. Diese Voraussage wird durch die Untersuchungen von M. Wien³⁾ und O. Neese⁴⁾ bestätigt, die mit Schwingungen der Wellenlänge 10, 20 und 40 m arbeiteten. Auch die Resultate von Jezewski und Kamecki⁵⁾ bestätigen die Debye-Falkenhagensche Theorie bei einer Wellenlänge von 60 m. Diesen Beobachtungen stehen aber eine Reihe von ebenfalls erst in den letzten Jahren ausgeführten Arbeiten gegenüber, in welchen in direktem Gegensatz zur Theorie eine Erniedrigung der DK. in Elektrolyten gefunden worden ist⁶⁾.

Nach den in Teil I angestellten Untersuchungen ist zu erwarten, daß ein direkter Vergleich der DK. von reinem Wasser, das eine Leitfähigkeit von etwa 10^{-6} aufweist, und einer Lösung eines starken Elektrolyten, dessen Leitfähigkeit bei einer Konzentration von etwa 0,001 normal schon die Größenordnung 10^{-4} erreicht, mit recht beträchtlichen Fehlern behaftet sein kann. Entweder, man entkoppelt so weit, daß keine Rückwirkung mehr vorhanden ist, dann werden die Galvanometer-

1) B. Voigt, *Ztschr. f. Phys.* **44**. S. 70. 1927.

2) E. Plötze, *Ann. d. Phys.* [5] **18**. S. 288. 1933.

3) M. Wien, *Ann. d. Phys.* [5] **11**. S. 429. 1931.

4) O. Neese, *Ann. d. Phys.* [5] **8**. S. 929. 1931.

5) Jezewski u. Kamecki, *Phys. Ztschr.* **34**. S. 561, 1933.

6) A. Deubner, *Ann. d. Phys.* **81**. S. 429. 1927; W. Orthmann, *Ann. d. Phys.* [5] **9**. S. 537. 1931; R. Skancke, *Phys. Ztschr.* **28**. S. 597. 1927; H. Rieckhoff, *Ann. d. Phys.* [5] **2**. S. 577. 1929.

ausschläge selbst bei Verwendung des sehr empfindlichen Detektors so klein, daß die Aufnahme einer Resonanzkurve bei den Lösungen nicht mehr möglich ist. Oder, man koppelt fester, dann bekommt man, wenigstens bei destilliertem Wasser, sicherlich eine Rückwirkung vom Resonanzkreis auf den Sender. Bei einer Elektrolytlösung wird die Rückwirkung wegen der größeren Dämpfung der Schwingungen kleiner sein und die Verschiedenheit der Rückwirkung führt zu einer Fälschung der Messungen.

Ein vorläufiger Versuch mit der beschriebenen Apparatur zeigte mir, daß der Fehler so groß werden kann, daß er eine Erniedrigung der DK. der Salzlösung gegenüber der des reinen Wassers vortäuscht. Es scheint demnach ratsam, eine Vergleichung der DK. in der Weise durchzuführen, daß man mehrere Elektrolytlösungen vergleicht, die alle das gleiche Leitvermögen haben. Diese Lösungen führen alle zu der gleichen Rückwirkung des Resonanzkreises auf den Sender, der Fehler hebt sich daher bei der Bildung der Differenzen weg. Außerdem ist bei der stark gedämpften Schwingung des Resonanzkreises bei Verwendung einer gut leitenden Elektrolytlösung die Rückwirkung des Resonanzkreises auf den Sender überhaupt nur sehr schwach, während man bei Verwendung von destilliertem Wasser als Kondensatorfüllung noch eine starke Rückwirkung bekommt.

§ 8. Apparatur

Bei den DK.-Messungen wurde eine Spezialröhre verwendet, die in den Telefunkenlaboratorien hergestellt wurde, die aber im Handel schwer zu bekommen ist. Die Röhre hatte eine wesentlich höhere Schwingleistung, als die bei den im ersten Teil beschriebenen Versuchen verwendete. Sie hatte aber das Gebiet der stabilsten Schwingung, wo sie auch die größte Intensität lieferte, bei etwas niedrigeren Frequenzen. Infolgedessen mußte die Apparatur etwas verändert werden. Als Selbstinduktion des Senders diente in den folgenden Versuchen eine Spule von 15 cm Durchmesser mit 3—4 Windungen.

In dem Resonanzkreis wurde ein anderer variabler Kondensator benutzt, er hatte zwei feste rechteckige Platten von $58 \times 60 \text{ mm}^2$, die sich in einem Abstand von 0,75 mm genau parallel gegenüberstanden, Zwischen ihnen ließ sich eine genau eben geschliffene Glasplatte von $60 \times 60 \text{ mm}^2$ und einer Dicke von 0,5 mm in einer Schlittenführung verschieben. Die Schrauben-spindel, mit welcher die Platte verschoben wurde, hatte einen Gang von 0,5 mm, die auf ihr aufgesetzte Trommel war in

100 Teile geteilt. (1 Umdrehung = 10 ganze Trommelteile.) Die Kondensatorplatten waren mit der Glasplatte in einem kastenförmigen Raum eingeschlossen, der durch Schälchen mit Phosphorpentoxyd getrocknet wurde.

Der Flüssigkeitskondensator war ein kleines Glasgefäß mit zwei Elektroden aus Platindraht von 0,75 mm Dicke und 6 mm Länge, die sich im Abstand von 5 mm gegenüberstanden. Die Flüssigkeit wurde stets bis zu einer Höhe von 40 mm über den Elektroden eingefüllt, dann hatten kleine Schwankungen der Füllhöhe keinen Einfluß mehr auf die Kapazität. Der Flüssigkeitskondensator mußte fest in die Apparatur eingebaut werden, weil schon die geringen Änderungen an den Leitungen,

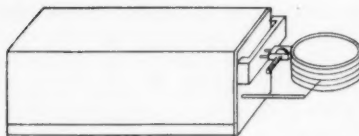


Fig. 15. Eingekapselter Sender

die bei einem Wegnehmen und Wiedereinsetzen des Kondensators unvermeidlich gewesen wären, zu Fehlern geführt hätten, die im Vergleich zu den kleinen zu messenden Änderungen der DK. beträchtlich gewesen wären. Das kleine als Flüssigkeitskondensator dienende Glasgefäß hatte deswegen unten ein Ansatzrohr, durch welches die Lösung nach Beendigung der Messung abgesaugt werden konnte. Wenn man darauf die neue Lösung gleichen Leitvermögens einfüllte, so spülte man das Gefäß mit ihr erst so lange nach, bis die Reste der vorher benutzten Lösung ganz beseitigt waren.

Bei den DK.-Messungen wurde ferner großer Wert darauf gelegt, die direkte Einwirkung des Senders auf den Indikatoreis des Resonanzkreises soweit wie möglich zu vermeiden. Teile des Senders wurden, wie in Fig. 15 dargestellt, in einen Metallkasten eingekapselt, an geeigneten Stellen wurden Metallschirme angebracht, die Erdleitungen wurden geschickt gelegt. Es gelang so, den Nullausschlag unter 0,5 % des Resonanzmaximums bei destilliertem Wasser im Meßkondensator herabzudrücken.

Zugleich wurden nun die Resonanzkurven, wenn die Röhre eingebraunt war, innerhalb der Fehlergrenzen vollkommen symmetrisch. Die Konstanz der Röhre war, was die Intensität der Schwingung anbetrifft, ausgezeichnet, die Konstanz der Wellenlänge stellte sich nach 1—1,5 Std. Einbrenndauer ein und war dann gewöhnlich ebenfalls sehr gut. An manchen Tagen änderte sich allerdings die Wellenlänge, wie ich durch genaue Messungen feststellen konnte, auch nach Einbrennen

der Röhre noch allmählich (Fig. 16). Die Änderung war aber so klein, daß sie innerhalb der Fehlergrenzen bei den DK-Messungen lag. Diese geringe Änderung der Wellenlänge, wenn sie überhaupt auftrat, zeigte immer einen systematischen Gang, stets wurde die Wellenlänge des Senders ein wenig größer, niemals schwankte sie hin und her, oder wurde sie kleiner.

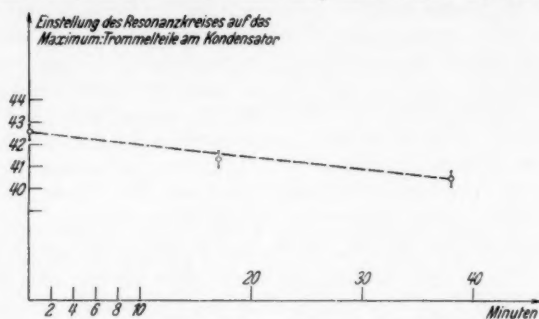


Fig. 16. Zeitliche Änderung der Frequenz

Um den Einfluß dieser wenn auch geringfügigen, so doch unerwünschten Änderung der Wellenlänge auf alle Fälle auszuschalten, wurde jede Messung an einem Elektrolyten X zwischen zwei Messungen an einer Kaliumchloridlösung der

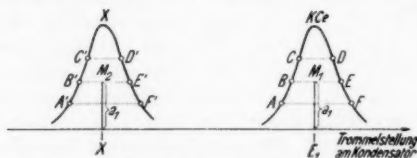


Fig. 17. Das Verfahren der Messung

gleichen Leitfähigkeit eingeschlossen. Um ferner die während der drei Aufnahmen verstreichende Zeit möglichst abzukürzen, verfuhr ich folgendermaßen (vgl. Fig. 17):

1. Bei der Füllung mit der Kaliumchloridlösung wurden zwei Punkte B und E gleichen Ausschlages a_1 auf der Resonanzkurve festgelegt.
2. Bei Füllung mit der Lösung X wurden zwei entsprechende Punkte B' und E' desselben Ausschlages a_1 bestimmt.
3. Der Versuch 1 wurde wiederholt, die jetzt gefundenen Punkte mögen B und E sein.

Man rechnet das Mittel aus B und E : M_1 , ebenso aus B' und E' : M_2 . Die gesuchte Änderung der Einstellung ist dann $M_2 - \frac{M_1 + \bar{M}_1}{2} = \delta_1$.

In derselben Weise wurde für einige andere Werte a_2, a_3, \dots des Ausschlages verfahren und über alle gemessenen Werte $\delta_2, \delta_3, \dots$ gemittelt.

Von den Resonanzkurven, die bei den für unsere Verhältnisse hohen Konzentrationen (Kupfersulfat $\approx 0,007$ normal) aufgenommen wurden, kann nicht mehr die volle Symmetrie erwartet werden, weil sich hier bei der äußerst geringen Intensität der Stromstärke im Resonanzkreis schon die ganz schwachen, durch den Sender direkt in dem Indikator induzierten Ströme bemerkbar machen. Sie bewirken, wie wir früher gesehen haben, eine leichte Verzerrung der Resonanzkurve.

Auch dieser Fehler wurde durch das eben geschilderte Verfahren eliminiert, weil er in gleichen Höhen der beiden Resonanzkurven den gleichen Wert hat und daher bei der Bildung der Differenz wegfällt.

Die Leitfähigkeit der Lösungen wurde mittels der Wheatstoneschen Brücke auf etwa 1% genau gemessen. Wenn man in den Flüssigkeitskondensator nacheinander zwei KCl-Lösungen von etwas verschiedenen Konzentrationen einfüllte, so ließ sich ein Unterschied der DK. selbst dann noch nicht beobachten, wenn ihr Leitvermögen schon merklich, jedenfalls um einige Prozent, differierte.

Die Lösungen wurden in verschlossenen Meßkolben in einem Wasserbad von Zimmertemperatur aufbewahrt. Da diese Temperatur sich im Laufe einer Meßreihe nicht merklich änderte, war die Temperatur der Lösungen sicher bis auf ein Zehntel Grad konstant. Mit einem Thermoelement von kleiner Wärmekapazität, dessen andere Lötstelle sich in einem Gemisch von Wasser und Eis befand, wurde die Konstanz und Gleichheit der Temperaturen der Lösungen im Flüssigkeitskondensator kontrolliert.

Die Konzentration der Lösungen wurde aus dem Leitvermögen ermittelt. Die Ungenauigkeit der Messung des Leitvermögens betrug, wie schon erwähnt, 1%. Dazu kommt noch, daß die Temperatur während der Widerstandsmessung nur auf ± 1 Grad genau beobachtet wurde, was bei Berechnung des Leitvermögens einen Fehler von etwa 2–2,5% bedingt. Endlich sind auch die vorliegenden Tabellen über die Abhängigkeit des Leitvermögens von der Konzentration zum Teil noch mit

Unsicherheiten von 0,5–1% behaftet. Man kann daher den von mir angegebenen Werten der Konzentration nur eine Genauigkeit von 4–5% zubilligen.

§ 9. Messungen

Die sämtlichen im folgenden beschriebenen Messungen wurden mit einer einzigen Schwingung gemacht. Die Wellenlänge wurde mit dem Lechersystem, dessen Drähte auf etwa 10 m verlängert wurden, zu $15,02 \pm 0,02$ m bestimmt. Die Brückenverkürzung ist vernachlässigt. Hieraus ergibt sich eine Frequenz von $2 \cdot 10^7$ H.

1. Eichung der Apparatur

Vor Beginn der Messung an den Elektrolytlösungen mußte die Apparatur geeicht werden. Man mußte wissen, wie groß die Änderung der DK. im Flüssigkeitskondensator war, die durch eine Verstellung des Meßkondensators um einen Trommelteil kompensiert wurde. Der Meßkondensator wurde in der Weise geeicht, daß man in den Flüssigkeitskondensator Wasser füllte und nun bei mehreren verschiedenen Temperaturen des Wassers die Resonanzkurve aufnahm. Der Temperaturänderung t^0 entspreche eine Verschiebung des Resonanzmaximums am Meßkondensator um s Trommelteile. Da die Änderung der DK. des Wassers bei Erwärmung bekannt ist als $-0,36$ pro Grad, so ergibt sich daraus die Änderung $\delta_1 D$ der DK. im Flüssigkeitskondensator, die durch eine Änderung der Einstellung des Meßkondensators um einen Trommelteil gerade kompensiert wird zu:

$$\delta_1 D = \frac{0,36 \cdot t}{s}.$$

Um das Wasser zu erwärmen, wurde der Flüssigkeitskondensator C auf ein Rohr (Kamin K) aufgesetzt (Fig. 18), durch das die in dem Kasten H durch Glühlampen G stark erhitzte Luft an dem Kondensator vorbeistrich. Durch Variieren der Stromstärke in den Glühlampen konnte man verschiedene Temperaturen erreichen. Das Wasser im Kondensator wurde ständig mittels eines dünnen Glasröhrchens geführt. Die Temperatur wurde

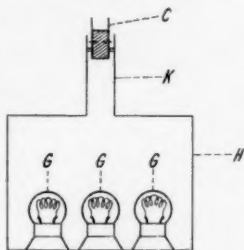


Fig. 18. Heizung des Flüssigkeitskondensators

mit einem Kupferkonstantanthermoelement gemessen. Die Messungen sind in Fig. 19 graphisch dargestellt.

Aus den gemessenen Werten ergibt sich im Mittel

$$\delta_1 D = 0,126 \pm 3\%.$$

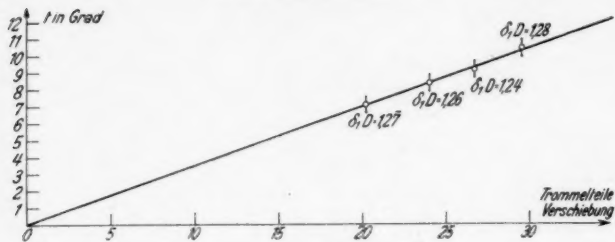


Fig. 19. Eichkurve des Flüssigkeitskondensators

2. Messungen am Elektrolyten

Die Messungen wurden mit Lösungen von CuSO_4 , $\text{La}(\text{NO}_3)_3$, $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ gegen Lösungen von KCl ausgeführt, und zwar wurden, wie oben schon gesagt worden ist, immer Lösungen gleichen Leitvermögens verglichen. Es wurden zu diesem Zweck von jeder der vier Substanzen Lösungen hergestellt von den folgenden Leitvermögen (Stufen):

$$\begin{aligned} \text{I} &= 1,1 \cdot 10^{-4}, & \text{II} &= 2,1 \cdot 10^{-4}, & \text{III} &= 3,0 \cdot 10^{-4}, \\ \text{IV} &= 3,9 \cdot 10^{-4}, & \text{V} &= 5,4 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}. \end{aligned}$$

Die Kopplungsweite wurde von etwa 70 cm bei den Lösungen der Stufe I auf etwa 40 cm bei den Lösungen der Stufe V vermindert. Unter der Kopplungsweite ist hier der Abstand des Mittelpunktes der Zylinderspule des Senders von der Ebene der Paralleldrähte des Resonanzkreises verstanden.

Vor Beginn der eigentlichen Messungen wurde für jede Leitfähigkeitsstufe eine Resonanzkurve aufgenommen, um das Gebiet der Kurve aufzufinden, das für die Messungen das geeignetste war. Als Bedingungen galten für dieses Gebiet: 1. Symmetrie innerhalb der Fehlergrenzen, 2. möglichst steiler Anstieg. Die erste Bedingung muß erfüllt sein, damit die Größe des Ausschlags von Lösung zu Lösung ein wenig differieren darf, die zweite, um eine möglichst scharfe Einstellung des Meßkondensators zu bekommen. Mit wachsendem Leitvermögen werden die Kurven flacher und die Einstellungen

infolgedessen unschärfer. Die Meßfehler nehmen daher mit wachsender Konzentration zu.

Um zu zeigen, wie eine Messung ausgeführt wurde, sei als Beispiel ein Meßprotokoll gegeben, das mit der Leitfähigkeitsstufe IV ($\Lambda = 3,9 \cdot 10^{-4}$) aufgenommen wurde. Die Probekurve hatte in dem uns interessierenden Teil folgende Form:

Trommelstellung T_1	Ausschlag in mm	Trommelstellung T_2	$\frac{(T_1 + T_2)}{2}$
Links des Maximums		Rechts des Maximums	
39,0 \pm 0,5	110	478,0 \pm 0,5	258,5 \pm 0,5
68,0 \pm 0,5	120	446,0 \pm 0,5	257,0 \pm 0,5
98,0 \pm 0,5	130	416,0 \pm 0,5	257,0 \pm 0,5
128,0 \pm 0,5	140	387,0 \pm 0,5	257,5 \pm 0,5
159,0 \pm 0,5	150	358,0 \pm 0,5	258,5 \pm 0,5
Maximum	165		

Innerhalb von 120 bis 140 mm Ausschlag ist die Kurve auf $\pm 0,5$ Skt. symmetrisch.

Zur Erklärung des Meßprotokolls (Tab. 1) sei bemerkt: Der auf S. 431 ausgesprochene Gedanke, die Trommelstellung

Tabelle 1

Lösung	KCl	CuSO ₄	KCl	CuSO ₄	KCl	CuSO ₄	KCl	La(NO ₃) ₃	KCl	K ₄ FeCy ₆	KCl
Trommel	323,2	332,0	322,0	332,0	321,0	330,0	318,0	321,5	315,0	322,0	314,0
Versch. s	—	4,7	—	5,2	—	5,2	—	2,5	—	3,8	—

Lösung	KCl	La(NO ₃) ₃	KCl	K ₄ FeCy ₆	KCl	CuSO ₄	KCl	La(NO ₃) ₃	KCl	K ₄ FeCy ₆	KCl
Trommel	314,0	318,0	312,0	319,0	311,0	320,5	309,0	314,0	307,0	316,0	307,0
Versch. s	—	2,5	—	3,8	—	5,2	—	3,0	—	4,5	—

$$\Lambda = 3,9 \cdot 10^{-4}$$

für die verschiedenen Lösungen bei gleichbleibenden Galvanometerausschlägen zu beobachten, wurde zur Erleichterung der Messung etwas modifiziert: Zunächst wurde KCl-Lösung in den Flüssigkeitskondensator eingefüllt. Der Meßkondensator wurde so eingestellt, daß der Ausschlag in dem günstigen Gebiet lag.

Die gewählte Trommelstellung wurde für die weiteren Beobachtungen als Nullpunkt genommen. An die Stelle H_1 des Lichtzeigers bei dieser Trommelstellung 0 wurde eine Marke (ein sehr feiner Draht) gebracht. Dann wurde der dem gleichen Ausschlag H_1 auf der anderen Seite der Kurve entsprechende Trommelteil T_1 bestimmt. Die Ausschläge H konnten bis auf $1/10$ mm gleich gemacht werden. Hierauf wurde die Substanz X in den Flüssigkeitskondensator gefüllt und die Trommel wieder auf 0 gestellt. Es ergab sich ein Ausschlag H_2 , der ein wenig von H_1 differierte, aber so wenig, daß $H_1 - H_2$ nur ein geringer Bruchteil des Gebiets der günstigen Ausschläge war, für welche die Resonanzkurve sich als symmetrisch erwiesen hatte. Man konnte deswegen, ohne einen Fehler zu bekommen, in der Lösung X von dem Ausschlag H_2 ausgehen, anstatt von H_1 . Wieder wurde auf gleicher Höhe des Ausschlages H_2 auf der anderen Seite der Resonanzkurve eingestellt, die entsprechende Trommelstellung sei T_2 . Darauf wurde zur KCl-Lösung zurückgegangen und die Beobachtung mit ihr wiederholt. Statt T_1 wurde im allgemeinen eine etwas abweichende Trommelstellung T_1' gefunden. Die gesuchte Verschiebung für die Lösung X gegen die KCl-Lösung ergibt sich zu:

$$s = \frac{1}{2} \left[T_2 - \frac{T_1 + T_1'}{2} \right].$$

Die folgende Tab. 2 enthält die sämtlichen beobachteten Verschiebungen s gegen KCl-Lösung gleicher Leitfähigkeit und die daraus berechneten Werte $\delta D = 0,126 \cdot s$ des DK.-Unterschieds.

Tabelle 2

Lösung ↓	Stufe	I	II	III	IV	V
	Leit- vermögen	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$5,4 \cdot 10^{-4}$
CaSO ₄	Versch. s	$0,5 \pm 0,3$	$2,3 \pm 0,4$	$3,3 \pm 0,5$	$5,1 \pm 0,5$	$10,0 \pm 0,8$
	δD	$0,06 \pm 0,04$	$0,29 \pm 0,05$	$0,42 \pm 0,07$	$0,65 \pm 0,07$	$1,26 \pm 0,10$
La(NO ₃) ₃	Versch. s	$0,0 \pm 0,3$	$0,9 \pm 0,4$	$1,8 \pm 0,5$	$2,6 \pm 0,5$	$4,4 \pm 0,8$
	δD	$0,00 \pm 0,04$	$0,11 \pm 0,05$	$0,23 \pm 0,07$	$0,33 \pm 0,07$	$0,55 \pm 0,10$
K ₄ FeCy ₆	Versch. s	$0,5 \pm 0,3$	$2,0 \pm 0,4$	$2,5 \pm 0,5$	$4,0 \pm 0,5$	$6,7 \pm 0,8$
	δD	$0,06 \pm 0,04$	$0,25 \pm 0,05$	$0,31 \pm 0,07$	$0,50 \pm 0,07$	$0,84 \pm 0,10$

Die Messungen wurden durchweg bei 20° C gemacht.

§ 10. Berechnung der nach der Theorie
von Debye-Falkenhagen zu erwartenden Effekte
und Vergleich mit den beobachteten Werten

Bezeichnung:

- l_1 und l_2 sind die Ionenbeweglichkeiten von Anion und Kation
bei unendlicher Verdünnung,
 z_1 und z_2 sind die Wertigkeiten von Anion und Kation,
 γ^* ist die Konzentration in Grammäquivalent pro Liter,
 $A_{\text{red.}}$ ist das auf die Ionenbeweglichkeit bei unendlicher
Verdünnung reduzierte Leitvermögen,
 ω ist die Kreisfrequenz $2\pi n$ (n Schwingungszahl),
 D_0 ist die relative DK. des reinen Lösungsmittels,
 $D_{\omega=0}$ ist die DK. des Elektrolyten bei unendlich kleinen
Frequenzen,
 D_{ω} ist die DK. des Elektrolyten bei der Frequenz ω ,
 θ ist die Relaxationszeit der Ionenwolke.

Zahlenwerte und Formeln:

1. Die Konzentration γ^* wurde aus den in Landolt-Börnstein gegebenen Tabellen für die Abhängigkeit des Äquivalentleitvermögens von der Konzentration durch graphische Interpolation ermittelt¹⁾.

2. Die Ionenbeweglichkeiten l_1 und l_2 für unendliche Verdünnung sind ebenfalls den Tabellen von Landolt-Börnstein entnommen¹⁾.

$$3. A_{\text{red.}} = \frac{\gamma^*}{1000} (l_1 + l_2).$$

$$4. \omega = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^7 = 1,256 \cdot 10^8.$$

$$5. D_0 = 80,62.$$

$$6. D_{\omega=0} \text{ berechnet sich nach der Formel: } D_{\omega=0} - D_0 = \Delta D,$$

$$\Delta D = K \cdot \sqrt{\gamma^*}.$$

$$7. K = \frac{K_1 \cdot K_2}{\sqrt{T^3}},$$

$$K_1 = 1,97 \cdot 10^6 \text{ eine universelle Konstante,}$$

$$T = 293^\circ, \text{ die absolute Temperatur,}$$

$$K_2 = \frac{z_1 \cdot z_2 \sqrt{z_1 + z_2}}{2(1 + \sqrt{q-1})^2} \cdot \sqrt{\frac{q}{D_0}}.$$

$$8. q = \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} \cdot \frac{l_1 + l_2}{z_2 l_1 + z_1 l_2}.$$

1) Landolt-Börnstein, Phys.-Chem. Tabellen, 5. Aufl. 1931. In dem Buch: Falkenhagen, Elektrolyte, Verlag Hirzel, 1932 finden sich auf S. 208 für die Beweglichkeiten des La^{+++} -Ions und des $\text{Fe}(\text{CN})_6^{4-}$ -Ions Werte, die mit den Angaben in Landolt-Börnstein nicht übereinstimmen.

2) E. Plötze, Ann. d. Phys. [5] 18. S. 295ff. 1933.

$$9. \quad \Theta = \frac{\varepsilon}{A_{\text{red.}}},$$

$\varepsilon = 0,8859 \cdot 10^{-13} D_0$, die absolute DK. des reinen Lösungsmittels im praktischen Meßsystem, $\varepsilon = 7,14 \cdot 10^{-12}$.

$$10. \quad D_{\omega} - D_0 = f(\omega \cdot \Theta, q) \cdot \Delta D.$$

11. $f(\omega \cdot \Theta, q)$ wird der Tab. 13, S. 237 des Buches: „Elektrolyte“ von H. Falkenhagen entnommen.

Tabelle 3

Bei 20° C		Stufe I	Stufe II	Stufe III	Stufe IV	Stufe V
	Leitvermögen	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$5,4 \cdot 10^{-4}$
KCl	Konz. γ^*	0,0009	0,0016	0,0023	0,0030	0,0042
	$A_{\text{red.}}$	$1,1(5) \cdot 10^{-4}$	$2,1(6) \cdot 10^{-4}$	$3,1(0) \cdot 10^{-4}$	$4,0(5) \cdot 10^{-4}$	$5,6(3) \cdot 10^{-4}$
	$z_1 = z_2 = 1$					
	$\Theta = \frac{\varepsilon}{A_{\text{red.}}}$	$6,2(0) \cdot 10^{-8}$	$3,3(1) \cdot 10^{-8}$	$2,3(2) \cdot 10^{-8}$	$1,7(7) \cdot 10^{-8}$	$1,2(8) \cdot 10^{-8}$
	$l_1 = 67,4$					
	$l_2 = 68,2$					
	$\omega \Theta$	7,8(0)	4,1(6)	2,9(0)	2,2(3)	1,6(0)
	$f(\omega \Theta)$	0,18	0,33	0,45	0,55	0,67
	$q = 0,5$					
	$\Delta D = K \sqrt{\gamma^*}$	0,11	0,15	0,18	0,20	0,24
CuSO ₄	Konz. γ^*	0,0011	0,0022	0,0034	0,0046	0,0067
	$A_{\text{red.}}$	$1,3(0) \cdot 10^{-4}$	$2,6(0) \cdot 10^{-4}$	$4,0(5) \cdot 10^{-4}$	$5,5(0) \cdot 10^{-4}$	$8,0(0) \cdot 10^{-4}$
	$z_1 = z_2 = 2$					
	$\Theta = \frac{\varepsilon}{A_{\text{red.}}}$	$5,5(2) \cdot 10^{-8}$	$2,7(6) \cdot 10^{-8}$	$1,7(7) \cdot 10^{-8}$	$1,3(0) \cdot 10^{-8}$	$0,8(9) \cdot 10^{-8}$
	$l_1 = 48,5$					
	$l_2 = 72,0$					
	$\omega \Theta$	6,9(0)	3,4(5)	2,2(3)	1,6(2)	1,1(2)
	$f(\omega \Theta)$	0,20	0,40	0,55	0,66	0,79
	$q = 0,5$					
	$\Delta D = K \sqrt{\gamma^*}$	0,70	1,00	1,24	1,45	1,75
La(NO ₃) ₃	Konz. γ^*	0,0009	0,0018	0,0026	0,0034	0,0049
	$A_{\text{red.}}$	$1,2(0) \cdot 10^{-4}$	$2,3(5) \cdot 10^{-4}$	$3,4(0) \cdot 10^{-4}$	$4,4(5) \cdot 10^{-4}$	$6,4(0) \cdot 10^{-4}$
	$z_1 = 3, z_2 = 1$					
	$\Theta = \frac{\varepsilon}{A_{\text{red.}}}$	$5,9(8) \cdot 10^{-8}$	$3,0(5) \cdot 10^{-8}$	$2,1(2) \cdot 10^{-8}$	$1,6(1) \cdot 10^{-8}$	$1,1(2) \cdot 10^{-8}$
	$l_1 = 66,5$					
	$l_2 = 64,5$					
	$\omega \Theta$	7,5(0)	3,8(2)	2,6(5)	2,0(2)	1,4(0)
	$f(\omega \Theta)$	0,20	0,38	0,50	0,60	0,74
	$q = 0,38$					
	$\Delta D = K \sqrt{\gamma^*}$	0,35	0,50	0,60	0,68	0,83
K ₄ FeCy ₆	Konz. γ^*	0,0008	0,0015	0,0021	0,0028	0,0041
	$A_{\text{red.}}$	$1,3(6) \cdot 10^{-4}$	$2,5(5) \cdot 10^{-4}$	$3,5(6) \cdot 10^{-4}$	$4,7(5) \cdot 10^{-4}$	$6,9(2) \cdot 10^{-4}$
	$z_1 = 1, z_2 = 4$					
	$\Theta = \frac{\varepsilon}{A_{\text{red.}}}$	$5,2(8) \cdot 10^{-8}$	$2,8(1) \cdot 10^{-8}$	$2,0(2) \cdot 10^{-8}$	$1,5(1) \cdot 10^{-8}$	$1,0(4) \cdot 10^{-8}$
	$l_1 = 67,4$					
	$l_2 = 102,6$					
	$\omega \Theta$	6,6(2)	3,5(2)	2,5(2)	1,9(0)	1,3(0)
	$f(\omega \Theta)$	0,23	0,41	0,52	0,63	0,76
	$q = 0,36$					
	$\Delta D = K \sqrt{\gamma^*}$	0,46	0,64	0,76	0,87	1,06

Hiernach sind die Zahlen in der Tab. 3 berechnet.

Aus den in Tab. 3 aufgeführten Zahlen $D_{\infty} - D_0$ sind nun weiter die Differenzen δD zwischen der DK. einer jeden Lösung X gegen die DK. der *gleichleitenden* KCl-Lösung gebildet worden. Die so nach der Theorie *berechneten* Werte δD sind in Tab. 4 eingetragen und mit den entsprechenden, aus Tab. 2 entnommenen, *gemessenen* Werten δD zusammengestellt:

Tabelle 4

		Konz. γ^*	0,0011	0,0022	0,0034	0,0046	0,0067
CuSO ₄	δD beob.		$0,06 \pm 0,04$	$0,29 \pm 0,05$	$0,42 \pm 0,07$	$0,65 \pm 0,07$	$1,26 \pm 0,10$
	δD ber.		0,12	0,35	0,60	0,85	1,22
La(NO ₃) ₃	Konz. γ^*	0,0009	0,0018	0,0026	0,0034	0,0049	
	δD beob.	$0,00 \pm 0,04$	$0,11 \pm 0,05$	$0,23 \pm 0,07$	$0,33 \pm 0,07$	$0,55 \pm 0,10$	
	δD ber.	0,05	0,14	0,22	0,30	0,46	
K ₄ FeCy ₆	Konz. γ^*	0,0008	0,0015	0,0021	0,0028	0,0041	
	δD beob.	$0,06 \pm 0,04$	$0,25 \pm 0,05$	$0,31 \pm 0,07$	$0,50 \pm 0,07$	$0,84 \pm 0,10$	
	δD ber.	0,09	0,21	0,31	0,44	0,65	
Meßfehler der DK.			0,04	0,05	0,07	0,07	0,11

Die Abweichungen sind in einigen Fällen etwas größer als die Fehler der DK.-Messung. Dies erklärt sich aber ohne weiteres daraus, daß die Konzentrationen der Lösungen nicht sehr genau bestimmt sind.

§ 11. Zusammenfassung

1. Es wird eine Versuchsanordnung beschrieben, um die Rückwirkung zwischen Sender und Resonanzkreis zu beobachten.

2. Zunächst wird die Rückwirkung des Resonanzkreises auf den Sender durch die Beobachtung des im Senderkreis fließenden Anodengleichstroms untersucht. Aus der Abhängigkeit des Anodenstroms von der Abstimmung des Resonanzkreises wird die Festigkeit der Kopplung beurteilt. Außerdem wird die Form der Resonanzkurve in Abhängigkeit von der Festigkeit der Kopplung untersucht.

3. Die Schwingung des Senders bei vollständiger Resonanz mit dem Resonanzkreis wird mit einem dritten sehr lose gekoppelten Kreis (Lechersystem) analysiert.

4. Um aus den Messungen der DK. der leitenden Lösungen alle Fehler auszuschalten, wird immer der Unterschied der DK. einer wäßrigen Elektrolytlösung gegen die DK. einer KCl-

Lösung gleicher Leitfähigkeit gemessen, und zwar, indem man auf gleiche Höhen des Ausschlags in einem mittleren Teil der Resonanzkurve einstellt.

5. Der Einfluß einer Änderung der Wellenlänge des Senders mit der Zeit wird dadurch eliminiert, daß man die Messung an der zu untersuchenden Lösung X zwischen zwei Messungen an der KCl-Lösung gleicher Leitfähigkeit einschließt.

6. Untersucht sind Lösungen von CuSO_4 , $\text{La}(\text{NO}_3)_3$, $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ in je fünf verschiedenen Konzentrationen bei einer einzigen Frequenz (2.177 Hz). Diese Frequenz ist so gewählt, daß man sich gerade in dem Gebiet der stärksten Änderung der DK. mit der Wellenlänge befindet. Die Beobachtungsergebnisse ergeben eine gute Übereinstimmung mit der Theorie von Debye und Falkenhagen.

Die vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Herrn Geheimrat G. Mie im physikalischen Institut in Freiburg i. Br. ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem verehrten Lehrer zu danken für seine freundliche Beratung und sein Interesse an der Durchführung der Arbeit.

Freiburg i. B., November 1933, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 14. Mai 1934)

**Änderung der thermischen und elektrischen
Leitfähigkeit eines Bi-Einkristalls im Magnetfeld
Von H. Reddemann**

(Mit 1 Figur)

1. Einleitung

Die elektrische Widerstandserhöhung von Bi-Einkristallen im Magnetfeld hängt von der Lage der kristallographischen Hauptachse zum Feld ab und nimmt mit sinkender Temperatur außerordentlich zu. Für ein transversales Feld von ungefähr 7600 Gauss und Orientierung der Kristallachse parallel zur Stabachse findet Stierstadt¹⁾ bei Zimmertemperatur eine maximale Widerstandserhöhung von 33% ($\rho_H/\rho = 1,33$; ρ_H und ρ spezifischer elektrischer Widerstand mit und ohne Feld). De Haas und Schubnikow²⁾ dagegen erhalten bei den absoluten Temperaturen $T = 77^\circ$ und 64° für $(\rho_H/\rho)_{\text{Max}}$ schon die Werte 92 und 180, bei $T = 14,1^\circ$ sogar $(\rho_H/\rho)_{\text{Max}} = 29800$ ($H = 6800$ Gauss).

Es liegt die Frage nahe, ob diesen beträchtlichen Widerstandserhöhungen durch ein Magnetfeld Änderungen des *Wärme*-widerstandes von ähnlichen Größenordnungen entsprechen. Diese Frage ist deshalb interessant, weil das Verhältnis der elektrischen und thermischen Widerstandsänderung im Magnetfeld ein Kriterium dafür liefern kann, in welchem Maße Gitter- und Elektronenleitung beim Wärmetransport in Metallen beteiligt sind. Nimmt man nämlich an, daß sich nur die Elektronenleitung λ_e , nicht aber die Gitterleitung λ_g im magnetischen Feld ändert, so wird die Änderung der Gesamtleitfähigkeit $\lambda = \lambda_e + \lambda_g$ im Verhältnis zur elektrischen Leitfähigkeitsänderung um so geringer sein, je größer der Anteil von λ_g an λ ist. Man kann also durch Messung der λ -Änderung im Magnetfeld einen Schluß ziehen, wieviel die Gitterleitung zum Wärmetransport beiträgt.

1) O. Stierstadt, Ztschr. f. Phys. 85. S. 310. 1933.

2) W. J. de Haas u. L. Schubnikow, Comm. Leid. Nr. 207a, 207d, 210a, 210b. 1933.

Bisher scheint die Wärmeleitung von Bi im Magnetfeld nur bei Zimmertemperatur gemessen zu sein, wo wie bei der elektrischen Leitfähigkeit ein verhältnismäßig kleiner Einfluß des Magnetfeldes erwartet werden kann¹⁾. In neuerer Zeit fanden Kaye und Higgins¹⁾ an einer Bi-Platte durch ein Feld von 6000 Gauss bei $+27^{\circ}\text{C}$ eine Verschlechterung der Wärmeleitung um 3% , Banta²⁾ eine um 6% (Wärmestrom senkrecht zur Hauptachse und zum Feld). Die vorliegende Mitteilung berichtet über Messungen bei tieferen Temperaturen (-183° und -195°C).

2. Material

Zur Herstellung der Kristalle wurde das im Handel erhältliche Bi der Firmen Merck und Kahlbaum benutzt. Die Ein-

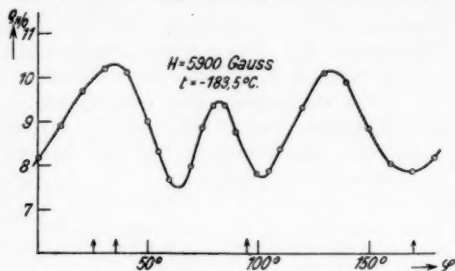


Fig. 1

kristalle wurden von Herrn Vahle, der freundlicherweise die Züchtung der Kristalle übernahm, mit einem Keime aus der Schmelze gezogen. Da aus äußeren Gründen die vorliegende Untersuchung abgeschlossen werden mußte, konnte das Metall nicht nochmals gereinigt werden, sondern wurde in dem Zustand, wie es geliefert war, untersucht. Bi-Merck erwies sich dabei als für vorliegende Zwecke genügend reines Material. Der daraus gezogene, allein auf Wärmeleitung untersuchte Einkristall Bi9 zeigte bei -183°C eine rund 10fache Widerstandserhöhung für $H = 5900$ Gauss. Der beste Kristall aus handelsüblichem Bi-Kahlbaum lieferte dagegen bei der Temperatur der flüssigen Luft und $H = 6500$ Gauss nur den Wert $\rho_H / \rho = 2,5$.

Der Kristall Bi9 hatte einen Durchmesser von $0,55\text{ cm}$ und eine Meßlänge von $3,6\text{ cm}$. Seine kristallographische

1) Vgl. z. B. L. Lowndes, *Phil. Mag.* 5. S. 152. 1903; weitere Literaturangaben finden sich bei G. W. C. Kaye u. W. F. Higgins, *Phil. Mag.* 8. S. 1056. 1929.

2) H. E. Banta, *Phys. Rev.* 41. S. 239. 1932.

Hauptachse lag annähernd senkrecht zur Stabachse. Der Winkel zwischen Stab- und Kristallachse betrug ungefähr 80° . Die Lage des Grunddreiecks der Basisebene zur Stabachse entsprach annähernd dem bei Stierstadt¹⁾ mit P_1^\perp bezeichneten Typus²⁾.

Fig. 1 zeigt das Verhältnis ϱ_H/ϱ für Bi 9 im transversalen Feld als Funktion des Drehwinkels der Feldlinien um die Stabachse. Die unsymmetrische Kurvenform rührt vermutlich daher, daß es schwierig ist, den Kristall im Wärmeleitungsapparat genau im Feld zu zentrieren, und daß es sich nicht um einen reinen P_1^\perp -Typus handelt. Doch kommt es bei der vorliegenden Untersuchung nur darauf an, daß elektrische und thermische Leitfähigkeit in genau derselben Lage des Kristalls zum Felde gemessen werden. Das war der Fall, da der elektrische Widerstand im Wärmeleitungsapparat selbst bestimmt wurde (vgl. 3 u. 4).

3. Messungen ohne Magnetfeld

Zur Messung der Wärmeleitung λ diente die Methode des stationären Wärmestromes mit denselben Apparaten und Thermolementen, deren Bau und Eichung von Grüneisen und Reddemann³⁾ ausführlich beschrieben werden. Die einzige Abänderung bestand darin, daß die beiden Drähte eines Thermolementes an derselben Stelle des Kristalles und nicht an gegenüberliegenden Punkten angelötet wurden. Im Magnetfeld traten nämlich sonst bei fließendem Wärmestrom störende Potentialdifferenzen auf, die, wie eine nähere Untersuchung zeigte, durch Kommutieren des Feldes nicht herausfielen und die Temperaturdifferenz längs des Stabes fälschten.

Die Ergebnisse der ϱ - und λ -Messung ohne Feld sind in Tab. 1 wiedergegeben. Die mit * versehenen ϱ -Werte sind interpoliert. $\alpha = \frac{1}{\varrho}$ bedeutet die elektrische Leitfähigkeit.

Auffallend sind die großen Werte für $r = \frac{\varrho}{\varrho_0}$, die weit über denen von Schubnikow und De Haas⁴⁾ für sorgfältig

1) O. Stierstadt, a. a. O. S. 314.

2) Die eine Seite des gleichseitigen Dreiecks bildete mit der Stablängsachse einen \angle von 80° statt 90° .

3) E. Grüneisen u. H. Reddemann, erscheint demnächst in Ann. d. Phys.

4) L. Schubnikow u. W. J. de Haas, Comm. Leid. 207 c. 1930. Nach ihren Untersuchungen entstehen Kristalle mit großen oder kleinen r -Werten während des Wachstums und können später weder durch Deformation noch durch Tempern wesentlich beeinflußt werden.

Tabelle 1

t	T	r	$\varrho \cdot 10^6$	λ in $\frac{\text{Watt}}{\text{cm/grad}}$	$\frac{\lambda}{\kappa} \cdot 10^6$	$L \cdot 10^8$
- 193,92	79,3	0,453	46,95	—	—	—
- 193,3	79,9	—	47,1 *	0,187	8,7 ₈	10,9 ₉
- 192,7	80,5	—	47,2 *	0,186	8,7 ₈	10,9 ₁
- 188,7	84,5	—	48,2 *	0,178	8,5 ₈	10,1 ₄
- 188,19	85,0	0,467	48,32	—	—	—
- 184,1	89,1	—	49,3 *	0,176	8,6 ₈	9,7 ₄
- 183,62	89,6	0,477	49,41	—	—	—
0°	273,2	1,000	103,6	—	—	—
+ 21,02	294,2	1,082	112,2	—	—	—
+ 28,3	296,5	—	113,1 *	0,110	12,4	4,17

vorbehandelte Kristalle liegen. Es bleibt ungeklärt, ob Verunreinigungen oder die besondere Art des Kristallwachstums als Ursache für die hohen r -Werte anzusehen sind.

λ wurde auch bei Zimmertemperatur gemessen. Die Ausstrahlung von Spule und Stab bedingt dabei eine beträchtliche Korrektur, die aus Messungen von Grüneisen und Goens¹⁾ übernommen wurden, weil Form und Material der Heizspule bei beiden Untersuchungen dieselben waren. Immerhin besteht für die Zimmertemperaturmessungen eine Unsicherheit von einigen Prozent.

Die beiden letzten Spalten der Tab. 1 enthalten das Verhältnis von Wärme- zur elektrischen Leitfähigkeit λ/κ und die Wiedemann-Franz-Lorenzsche Zahl $L = \frac{\lambda}{T\kappa}$. L nimmt mit sinkender Temperatur stark zu, wodurch ältere Messungen an polikristallinem Material von Giebe²⁾ ($L_{180} = 3,2 \cdot 10^{-8}$, $L_{-186} = 10,9 \cdot 10^{-8}$) und Gehlhoff und Neumeier³⁾ ($L_0 = 4,06 \cdot 10^{-8}$, $L_{-190} = 11,9 \cdot 10^{-8}$) bestätigt werden (vgl. auch Abschnitt 5). λ wächst beim Bi der beiden Verfasser bedeutend stärker mit sinkender Temperatur als bei Bi 9, was mit ihren wesentlich kleineren r -Werten zusammenhängt ($r_{-190} \sim 0,36$).

4. λ und κ im Magnetfeld

Tab. 2 zeigt zunächst die Änderung des spezifischen elektrischen Widerstandes bei Drehung des konstanten, transversalen Magnetfeldes von 5900 Gauss um den Stab. Der Wärmeleitungs-

1) E. Grüneisen u. E. Goens, *Ann. d. Phys.* [5] **14**. S. 164. 1932.

2) E. Giebe, *Verh. d. D. Phys. Ges.* **5**. S. 60. 1903.

3) G. Gehlhoff u. F. Neumeier, *Verh. d. Phys. Ges.* **15**. S. 1069. 1913.

Tabelle 2
 $H = 5900$ Gauss

φ°	$t = -194,5^\circ$		$t = -183,5^\circ$	
	φ_H / φ	$\varphi_H \cdot 10^6$	φ_H / φ	$\varphi_H \cdot 10^6$
25°	12,8	601	—	—
35°	13,2	620	10,3	510
95°	—	—	8,2 ₉	408
170°	9,7 ₆	458	7,8 ₉	391

apparat wurde bei der Widerstandsmessung zum besseren Temperatureausgleich mit Gas gefüllt. Als Potentialdrähte dienten die Thermoelemente, als Stromzuführung ein an der Heizspule angelöteter Cu-Draht von 0,1 mm Durchmesser und das Wärmeleitungsgefäß selbst. Elektrische und thermische Widerstandserhöhungen wurden in derselben Stellung des Magneten zum Stab gemessen. Die mit φ° bezeichneten Einstellungen des Magneten entsprechen den in Fig. 1 eingezeichneten Pfeilen.

Bei $+21,0^\circ$ C wurden in Maximumstellung des Magneten die Werte $\frac{\varphi_H}{\varphi} = 1,24$, in Minimumstellung $\frac{\varphi_H}{\varphi} = 1,12$ erhalten¹⁾.

Tab. 3 enthält die zu denselben φ wie in Tab. 2 gehörigen magnetischen Wärmeleitungsänderungen. Die Werte für

Tabelle 3
 $H = 5900$ Gauss

φ	t	λ / λ_H	λ_H	t	λ / λ_H	λ_H
25°	-193,1°	1,20	0,155	—	—	—
35°	-193,1°	1,20	0,155	-183,8°	1,21	0,143
95°	—	—	—	-182,7°	1,20	0,143
170°	-193,1°	1,20	0,156	-183,8°	1,22	0,142
	-194,5°	1,20	0,157	-183,5°	1,21	0,143

-194,5° und -183,5° sind interpoliert. Bei $+23^\circ$ wurde $\lambda_H = 0,10$, $\frac{\lambda}{\lambda_H} = 1,08$ gefunden, doch sind diese Zahlen wegen Temperaturschwankungen des Bades unsicher.

1) Die genaue, der Fig. 1 entsprechende α -Einstellung kann bei $+21^\circ$ nicht angegeben werden, da der Magnet vor der Zimmertemperaturmessung entfernt werden mußte und seine Stellung zum λ -Apparat nicht genau reproduziert werden konnte.

Bei tiefer Temperatur finden wir also das Resultat: Während sich die elektrische Leitfähigkeit um das 10fache verschlechtert, vermindert sich die Wärmeleitfähigkeit nur um 20%. λ/λ_H wird in dem benutzten Temperaturbereich von 11° konstant gefunden. λ_H ergibt sich unabhängig von der Richtung des Feldes im Kristall, was zu erwarten ist, da die 30%, um die sich die um 1000% geänderte elektrische Leitfähigkeit im Maximum und Minimum unterscheidet, bei der kleinen magnetischen λ -Änderung von 20% nur 0,6% ausmachen und innerhalb der Meßgenauigkeit liegen.

5. Gitter- und Elektronenleitung

Zerlegt man die Wärmeleitfähigkeit λ nach dem Vorgehen von Königsberger¹⁾ additiv in die beiden Bestandteile Elektronen- und Gitterleitung $\lambda = \lambda_e + \lambda_g$ und nimmt man für λ_e das Wiedemann-Franz-Lorenz'sche Gesetz mit dem theoretischen Wert $L_e = 2,45 \cdot 10^{-8}$ als gültig an, so erhält man für $\lambda/\kappa T$ den Wert

$$L = \frac{\lambda_e}{\kappa T} + \frac{\lambda_g}{\kappa T} = 2,45 \cdot 10^{-8} + \frac{\lambda_g}{\kappa T}.$$

Da L und κ experimentell bestimmbar sind, hat man in dieser Gleichung, vorausgesetzt, daß die gemachten Annahmen richtig sind, ein Mittel, den Anteil der Gitterleitung am Wärmetransport zu berechnen. Cartwright²⁾ hat diese Zerlegung $\lambda_e + \lambda_g$ kürzlich für eine Anzahl von guten und schlechten Leitern vorgenommen. Aus vorliegenden Messungen berechnet sich³⁾:

t	λ	λ_e	λ_g
+ 23,3°	0,11 ₀	0,064	0,046
- 183°	0,172	0,045	0,127
- 193°	0,186	0,042	0,144

Aus den Versuchsdaten von Giebe⁴⁾ und Gehlhoff und Neumeier⁵⁾ ergeben sich ähnliche Resultate:

1) J. Königsberger, Phys. Ztschr. S. S. 237. 1907.

2) C. H. Cartwright, Ann. d. Phys. [5] 18. S. 656. 1933.

3) In einer Arbeit von A. Eucken u. F. Förster, Gött. Nachr. 1. S. 43. 1934, wird der Schluß gezogen, daß für Bi die klassische Elektronentheorie bis zu tieferen Temperaturen gültig bleibt, d. h. L_e darf danach auch für tiefere Temperaturen als konstant angenommen werden.

4) E. Giebe, a. a. O.

5) G. Gehlhoff u. F. Neumeier, a. a. O.

	t	λ	λ_e	λ_g
Giebe	18°	0,080	0,061	0,019
	— 79°	0,105	0,057	0,048
	— 186°	0,234	0,052	0,182
Gehlhoff u. Neumeier	0°	0,102	0,062	0,040
	— 190°	0,261	0,054	0,207

$\lambda_e = L_e \cdot \kappa T$ nimmt mit sinkender Temperatur ab, weil κT wegen des hohen Zusatzwiderstandes der Proben abnimmt. Die Zunahme von λ und L mit abnehmendem T ist also, unter den gemachten Voraussetzungen, auf das starke Anwachsen der Gitterleitung zurückzuführen.

Ein zweiter Weg, einen Aufschluß über λ_g zu bekommen, ist der, daß man die Gesamtwärmeleitfähigkeit durch irgendwelche Einflüsse verändert, die auf Elektronen- und Gitterleitung in verschiedener Weise wirken können. So versuchten Grüneisen und Reddemann¹⁾, λ_e und λ_g durch Zusatz von Fremdmetallen zu trennen, Eucken und Neumann²⁾, λ_g durch Korngrößenänderung herabzudrücken. Beim Bi mit seiner starken magnetischen Leitfähigkeitsänderung gelingt die Trennung, wenn man annimmt, daß die Gitterleitung durch das Magnetfeld nicht beeinflußt wird. Die Gesamtwärmeleitung λ wird dann nur in dem Maße wie die Elektronenleitung λ_e verändert werden.

Man sieht ohne weiteres aus den obigen Zahlen für λ_e und λ_g , daß sich λ , da λ_g einen beträchtlichen Anteil an der Gesamtleitung hat und mit tieferer Temperatur immer mehr an Einfluß gewinnt, keineswegs so stark wie die elektrische Leitfähigkeit im Magnetfeld ändern kann, wenn in der Annahme $\lambda = \lambda_e + \lambda_g$ ein richtiger Kern steckt. Durch Messung der λ -Änderung im Magnetfeld hat man also ein gewisses Kriterium, ob es berechtigt ist, den hohen L -Wert beim Wismut auf das starke Mitwirken der Gitterleitung zurückzuführen. Die Meßresultate stehen in der Tat damit im Einklang, wie aus den folgenden Zahlen hervorgeht:

t	λ gem.	λ_e ber.	$(\lambda_e)_H$ ber.	λ_g ber.	λ_H ber.	λ_H gem.
— 183°	0,172	0,045	0,004	0,127	0,131	0,143
— 193°	0,186	0,042	0,004	0,144	0,148	0,155

1) E. Grüneisen u. H. Reddemann, a. a. O.

2) A. Eucken u. O. Neumann, Ztschr. phys. Chem. **111**. S. 431. 1924; vgl. auch A. Eucken u. K. Dittrich, ebenda **125**. S. 211. 1927.

Bei ihrer Berechnung ist $\frac{q_H}{q} = 10$ und dementsprechend $(\lambda_e)_H = \frac{1}{10} \cdot \lambda_e$ gesetzt. λ_e und λ_g sind wie oben aus der Abweichung vom Wiedemann-Franz-Lorenz'schen Gesetz berechnet.

Aus den beiden letzten Spalten folgt, daß die additive Trennung von λ und die Annahme, daß für den Anteil λ_e das Wiedemann-Franz-Lorenz'sche Gesetz mit dem theoretischen Wert $L = 2,45 \cdot 10^{-8}$ gültig ist, nicht ganz fehlgreifen kann.

Zusammenfassung

An einem Bi-Einkristall, dessen kristallographische Hauptachse einen Winkel von 80° mit der Stabachse bildete, wurde die elektrische und thermische Leitfähigkeit mit und ohne transversales Magnetfeld gemessen.

Die Messungen ohne Magnetfeld ergaben bei -193° für die Wiedemann-Franz-Lorenz'sche Zahl den hohen Wert $L = 10,9 \cdot 10^{-8}$, der nach den Versuchen von Königsberger versuchsweise dadurch erklärt wird, daß die Gitterleitung einen wesentlichen Anteil an der Gesamtleitung hat.

Bei additiver Zerlegung der Wärmeleitung in Gitter- und Elektronenleitung und Annahme des Wiedemann-Franz-Lorenz'schen Gesetzes für den Elektronenanteil bis zur Temperatur des flüssigen N_2 zeigt sich dann, daß die Zunahme der Wärmeleitung von Bi mit sinkender Temperatur im wesentlichen auf die Zunahme der Gitterleitung zurückzuführen ist.

Unter der Annahme, daß nur die Elektronenleitung durch ein Magnetfeld beeinflußt werden kann, ergibt sich eine zweite Möglichkeit durch Messung der Leitfähigkeitsänderung im Magnetfeld die beiden Bestandteile abzuschätzen.

Die Meßergebnisse zeigen, daß die Wärmeleitfähigkeit annähernd in dem Maße durch ein Magnetfeld beeinflußt wird, wie man es aus dem großen L -Wert und der additiven Zerlegung der Wärmeleitfähigkeit abschätzen kann.

Herrn Geheimrat Grüneisen bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit und sein förderndes Interesse an ihrem Fortgang zu großem Dank verpflichtet. Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft danke ich für die Gewährung eines Forschungsstipendiums.

Marburg-Lahn, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 18. Mai 1934)